FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 01.11.2006

Übungsaufgaben zur Vorlesung Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

Serie 03

abzugeben vor der Vorlesung am 09.11.2006

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Aufgabe :
   Man beweise den Satz von Liouville: Die Funktion $u : \mathbb{R}^d \to R$ sei harmonisch und beschränkt. Dann ist u konstant.

2. Aufgabe :
   Seien $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ offen und beschränkt und $u \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ erfülle

   $$\begin{array}{rcll} \Delta u & = & u^3 & \text{in } \Omega, \\ u & = & 0 & \text{auf } \partial\Omega. \end{array}$$

   Man zeige, dass $u \equiv 0$ in Ω.

3. Man betrachte die räumlich eindimensionale Wellengleichung

   $$u_{tt} - u_{xx} = 0 \ \text{ für } 0 < x < \pi, \ t > 0$$

   mit den Anfangsdaten

   $$u(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin(nx), \quad u_t(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin(nx)$$

   und den Randwerten

   $$u(0,t) = u(\pi,t) = 0 \ \text{ für alle } t > 0.$$

   Man stelle die Lösung als Fourierreihe

   $$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n(t) \sin(nx)$$

   dar und berechne die Koeffizienten $\gamma_n(t)$.