



Saarbrücken, 20.01.2009

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Theorie und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

**Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:**

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung  
<http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html>  
abrufbar

### Serie 12

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 28.01.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

### Einschrittverfahren

1. Man zeige, dass man aus dem Butcher-Schema

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \\ \hline & 1/2 & 1/2 \end{array}$$

die Trapezregel

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} (f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1}))$$

erhält.

**4 Punkte**

2. Man beweise Satz 8.41 aus der Vorlesung. **4 Punkte**
3. Man berechne die Stabilitätsfunktion des klassischen Runge-Kutta-Verfahrens und skizziere das Stabilitätsgebiet.

Hinweis: Zur Skizzierung des Stabilitätsgebietes berechne man beispielsweise hinreichend viele Funktionswerte der Stabilitätsfunktion, was man mit einem Programm schnell machen kann. Das Stabilitätsgebiet ist einfach zusammenhängend.

**4 Punkte**

4. Man betrachte das gleiche Anfangswertproblem wie in Serie 11, Aufgabe 4. Nun approximiere man die Lösung dieses Anfangswertproblems im Intervall  $[0, 10]$  mit dem Verfahren von Heun und dem Verfahren von Runge. Dazu zerlege man das Intervall nacheinander in 10, 20, 40, 80, 160 gleichlange Teilintervalle und gebe jeweils den Fehler zwischen der berechneten Lösung und der analytischen Lösung im Punkt  $x = 10$  an.

Zur Erfüllung dieser Aufgabe ist ein MATLAB-Programm zu schreiben und dieses ist vor den Übungen an den Bremser zu senden. **4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**