FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 06.11.2008

# Übungsaufgaben zur Vorlesung
# Theorie und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

**Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:**

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html`
  abrufbar

## Serie 04

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 19.11.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

### Integrierbare Typen gewöhnlicher Differentialgleichungen

1. Man löse folgende Differentialgleichungen oder Anfangswertprobleme

$$\begin{array}{lrcl} \text{a)} & (x+y(x)) - (x-y(x))y'(x) & = & 0 \\ \text{b)} & (x^2+2xy(x)-y^2(x)) + (y^2(x)+2xy(x)-x^2)y'(x) & = & 0 \\ & y(1) & = & -1. \end{array}$$

**4 Punkte**

2. Man löse folgende Differentialgleichungen

$$\begin{array}{lrcl} \text{a)} & xy'(x) & = & y(x) + \sqrt{y^2(x)-x^2} \\ \text{b)} & y^2(x) + x^2y'(x) & = & xy(x)y'(x), \quad x \neq 0\ . \end{array}$$

In Aufgabe b) reicht es, die Lösung implizit anzugeben. **4 Punkte**

3. Man beweise, daß die Integralkurven der Gleichung

$$(ax+by(x)+c) + (ay(x)-bx+d)y'(x) = 0$$

logarithmische Spiralen sind.
Hinweis: logarithmische Spirale ist eine Kurve der Gestalt $r = \alpha \exp(m\phi)$, wobei $(r,\phi)$ Polarkoordinaten sind. Man muss die Variablen zunächst so transformieren, dass das Absolutglied verschwindet. **4 Punkte**

4. Man löse die Differentialgleichung

$$9y(x)y'(x) - 18xy(x) + 4x^3 = 0.$$

Hinweis: Substituiere $y(x) = z^2(x)$. **4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**