

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Gewöhnliche Differentialgleichungen der Physik

**Serie 12**  
zum Donnerstag, 15.07.2004

**Da es sich um die letzte Übung handelt, sind keine Aufgaben schriftlich abzugeben !**

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden. Zu einer vollständig gelösten Aufgabe gehört die Probe !

1. Man betrachte das AWP

$$y'(x) = y + x^2, \quad y(0) = 1.$$

- Man berechne die analytische Lösung des AWP.
- Man berechne die numerische Lösung des AWP im Intervall  $[0, 1]$  mit dem expliziten Euler-Verfahren

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k), \quad y_0 = y(0)$$

mit  $h = 0.1$ .

- Man berechne die numerische Lösung des AWP im Intervall  $[0, 1]$  mit dem impliziten Euler-Verfahren

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_{k+1}, y_{k+1}), \quad y_0 = y(0)$$

mit  $h = 0.1$ .

- Man berechne die numerische Lösung des AWP im Intervall  $[0, 1]$  mit der Trapezregel

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1})), \quad y_0 = y(0)$$

mit  $h = 0.1$ .

- Man vergleiche die Ergebnisse mit der analytischen Lösung für  $x = 1$ .

Hinweis. Im Falle des gegebenen AWP kann man alle Formeln nach  $y_{k+1}$  umstellen und braucht dann nur noch einzusetzen.

2. Man löse die gleichen Aufgabenstellungen wie in Aufgabe 1 für die AWP

a)  $y'(x) = 25y + x^2, \quad y(0) = 1,$

b)  $y'(x) = -25y + x^2, \quad y(0) = 1.$