Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. V. John
john@wias-berlin.de

Berlin, 08.04.2010

Übungsaufgaben zur Vorlesung Numerik konvektions–dominanter Probleme

Serie 01

abzugeben vor der Vorlesung am Montag, dem 26.04.2010

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man zeige, dass sich das Problem
$$-\varepsilon u'' + b(x)u' + c(x)u = f(x), \quad \text{für } x \in (0,1), u(0) = u(1) = 0,$$
mit Hilfe der Transformation
$$\tilde{u}(x) := u(x) \exp\left(-\frac{1}{2\varepsilon}\int_0^x b(\xi)\ d\xi\right), \quad x \in [0,1],$$
in die symmetrische Gestalt
$$-\varepsilon\tilde{u}''(x) + \tilde{c}(x)\tilde{u}(x) = \tilde{f}(x), \quad x \in (0,1), \tilde{u}(0) = \tilde{u}(1) = 0$$
überführen lässt, mit den in der Vorlesung gegebenen Funktionen $\tilde{c}(x), \tilde{f}(x)$.
4 Punkte

2. Man berechne die Lösung von
$$-\varepsilon u'' - u' = 1 \quad \text{auf } (0,1), \quad u(0) = u(1) = 0,\ \varepsilon > 0,$$
und die Lösung u_0 des zugehörigen reduzierten Problems. **4 Punkte**

3. Man berechne die Lösung $u(x)$ der Differentialgleichung
$$-u'' + u' - u \quad = \quad 1,$$
zu den folgenden Intervallen und Randwerten:
$$\begin{array}{rclcrclcrcl} \Omega & = & \left(0, \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & & u(0) & = & 0 & & u\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & = & 0, \\ \Omega & = & \left(0, \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & & u(0) & = & 1 & & u\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & = & -2e^{\frac{\pi}{\sqrt{3}}} - 1, \\ \Omega & = & (0,1) & & u(0) & = & 1 & & u(1) & = & 1. \end{array}$$
4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !