FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 12.11.2008

Hausübungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker III

Serie 32

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 26.11.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html`
  abrufbar

1. Gegeben sei die Funktion $f\ :\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(0,0) = 0$ und
$$f(x,y) = \frac{xy^3}{x^2+y^2} \qquad \text{für } (x,y) \neq (0,0)$$
Man bestimme die Richtungsableitungen $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}$ an der Stelle $(0,0)$. Ist $f(x,y)$ an der Stelle $(0,0)$ differenzierbar? **4 Punkte**

2. Man zeige, dass die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(0,0) = 0$ und
$$f(x,y) = \frac{xy^2}{x^2+y^4} \qquad \text{für } (x,y) \neq (0,0)$$
im Nullpunkt unstetig ist, aber Ableitungen in jede Richtung besitzt.
4 Punkte

3. (Zustandsgleichung für reale Gase.) Für ein reales Gas mit dem Druck P, dem Molvolumen V_m und absoluter Temperatur T gilt die van der Waalsche Gleichung
$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT,$$
wobei a, b und R Konstanten sind. Man zeige, daß für ein solches Gas die Beziehung
$$\frac{\partial V_m}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial P}\frac{\partial P}{\partial V_m} = -1$$
gilt. Durch "Kürzen" erhält man hier das falsche Ergebnis 1 !!! **4 Punkte**

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !