FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 05.06.2008

Präsenzübungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker II

Serie 23

zu erledigen in der Woche vom 16.06.–20.06.2008

Die Nutzung des Vorlesungsskripts, des Taschenrechners und von Tafelwerken ist zur Lösung der Aufgaben ausdrücklich erlaubt. Die Nutzung des Internets ist nicht gestattet.

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 16.04.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre_2.html`
  abrufbar

1. Man untersuche, ob folgende Systeme von Vektoren linear unabhängig sind:

   (a) in $\mathbb{R}^2$:
   $$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix};$$

   (b) in $\mathbb{R}^3$:
   $$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};$$

   (c) in $\mathbb{R}^3$:
   $$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix};$$

   (d) in $\mathbb{R}^3$:
   $$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. Es seien

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vektoren des $\mathbb{R}^4$ und $U = \operatorname{span}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4)$. Man zeige, dass

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

in U liegen und ergänze sie zu einer Basis von U.