FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 29.01.2008

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 13

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 06.02.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Vergessen Sie bitte nicht, dass zur Zulassung zur Prüfung auch das Vorrechnen von Aufgaben in den Übungen gehört !!!

1. Man bestimme die Summe der Reihen

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2^k}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2-1}.$$

2. Man prüfe unter Verwendung des Konvergenzkriteriums von Leibniz die Konvergenz der Reihen mit folgenden Gliedern:

$$\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}, \quad \frac{(-1)^n}{\alpha n+\beta}, (\alpha, \beta > 0), \quad \frac{(-1)^n}{(n(n+3))^{\frac{3}{2}}}.$$

3. Man betrachte die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \text{mit} \quad a_n = \frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}.$$

   (a) Man zeige: Die Reihe ist alternierend und $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

   (b) Man zeige $a_{2k} + a_{2k+1} > \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k+1}$ und beweise mit Hilfe dieser Ungleichung die Divergenz der Reihe.

   (c) Warum ist das Leibniz–Kriterium nicht anwendbar ?

4. Man untersuche die folgende Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}), \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}.$$