FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 04.12.2007

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 07

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 12.12.2007

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Vergessen Sie bitte nicht, dass zur Zulassung zur Prüfung auch das Vorrechnen von Aufgaben in den Übungen gehört !!!

1. Man gebe sämtliche Untergruppen der symmetrischen Gruppe S_3 an und bestimme diejenigen unter ihnen, die Normalteiler sind.

2. Man beweise für jede ganze Zahl $n > 1$, dass jedes Element des Ringes $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ entweder eine Einheit oder ein Nullteiler ist.
   Definition: Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring, dann heißt $a \in R$ Einheit, wenn ein $b \in R$ mit $a \cdot b = 1$ existiert. Das Element a heißt Nullteiler, wenn es ein Element $b \neq 0$ gibt mit $a \cdot b = 0$.

3. Man bestimme den größten gemeinsamen Teiler der Polynome
$$\begin{aligned} f(x) &= x^5 - x^3 - x^2 + 1 \ \in \mathbb{Q}[x], \\ g(x) &= x^3 + 2x - 3 \ \in \mathbb{Q}[x]. \end{aligned}$$

4. Seien die komplexen Zahlen
$$\begin{aligned} z_1 &= -3 - i, \\ z_2 &= 5\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right), \\ z_3 &= 2\left(\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) + i\sin\left(\frac{5}{4}\pi\right)\right), \end{aligned}$$
   gegeben. Man bereche jeweils die konjugiert komplexe Zahl, den Betrag, das Argument, den Realteil, den Imaginärteil, alle Summen $z_i + z_j$, alle Produkte $z_i z_j$ sowie alle Quotienten z_i/z_j, $i, j = 1, 2, 3$.
   Rechenwege aufschreiben, bloße Angabe der Ergebnisse wird nicht gewertet.