



Saarbrücken, 27.11.2007

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 06

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 05.12.2007

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Vergessen Sie bitte nicht, dass zur Zurlassung zur Prüfung auch das Vorrechnen von Aufgaben in den Übungen gehört !!!

1. Es gilt $3^2 - 1 = 1 \cdot 8$, $5^2 - 1 = 3 \cdot 8$, $7^2 - 1 = 6 \cdot 8$. Gilt für jede ungerade Zahl n , dass das um Eins verminderte Quadrat dieser Zahl, $n^2 - 1$, durch 8 teilbar ist? Man beweise die Antwort.
2. Man löse die Gleichung $[7] \cdot x = [3]$ in $\mathbb{Z}/101\mathbb{Z}$.
3. **Diese Aufgabe wird nur gewertet, wenn sie mit TexMacs bearbeitet und abgegeben wurde.**
Man zeige, dass $U = (\{[1], [2], [4]\}, \cdot)$ eine Untergruppe der Gruppe $G = (\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}, \cdot)$ ist.
4. Die Menge $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ bildet zusammen mit der Addition

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) := (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

eine Gruppe.

Man zeige, dass die Abbildung $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, die gegeben ist durch $f(x, y) = x - y$, ein Gruppenhomomorphismus bezüglich der additiven Gruppenstruktur ist. Man bestimme ihren Kern $\ker(f)$ und ihr Bild $\text{im}(f)$.