

Übungsaufgaben zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure IV

Serie 11

abzugeben in der Vorlesung am 04.07.2005

Die Lösungen der Aufgaben 1, 2, 3 sind schriftlich abzugeben, inklusive der Quelltexte der Programme (diese per Email) !

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Der Wert von

$$\int_{-1}^1 \frac{(x - 0.5)^3}{\sqrt{x + 8}} dx$$

soll mit Hilfe der Mittelpunkregel, der Trapezregel und der Simpsonregel numerisch approximiert werden. Das Integrationsgebiet ist nacheinander in 5, 10, 20, 40, 80 gleichlange Intervalle zu unterteilen und der Fehler zum exakten Integralwert

$$\frac{12371}{20} \sqrt{7} - \frac{229179}{140}$$

ist anzugeben.

2. Die Aufgabenstellung ist wie in Aufgabe 1, nur sollen jetzt die Integrale mit der Gauß-Legendre-Quadratur für $n = 1$ und $n = 2$ durchgeführt werden.
Hinweis: Man nehme die in der Vorlesung angegebene Formel zur Gauß-Legendre-Quadratur, ersetze dort a, b durch x_k, x_{k+1} und addiere die Beiträge von den Teilintervallen.
3. Man zeige, dass die Legendre-Polynome

$$p_1(x) = x, \quad p_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

orthogonal sind bezüglich des Skalarprodukts

$$(f, g) = \int_{-1}^1 fg dx.$$

4. Man forme die lineare gewöhnliche Differentialgleichung 4. Ordnung

$$4y^{(4)}(x) + \sin(x)y'''(x) - e^{7x}y''(x) + y(x) = f(x)$$

in ein lineares System gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung um.