

Übungsaufgaben zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure IV

Serie 2

abzugeben in der Vorlesung am 02.05.2005

Die Lösungen der Aufgaben 2, 3, 4 sind schriftlich abzugeben, inklusive der Quelltexte der Programme (diese per Email) !

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Seien $x, y \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Man berechne die Anzahl der Flops, die für folgende Operationen benötigt werden:

$$x + y, \quad x^T y, \quad Ax, \quad x^T Ay.$$

2. Man untersuche, ob folgendes Problem korrekt gestellt ist: Man berechne alle reellen Nullstellen des Polynoms

$$p(x) = x^4 - x^2(2a - 1) + a(a - 1), \quad a \in \mathbb{R}.$$

Hinweis: Man untersuche, ob die Lösung stetig von den Eingangsdaten (dem Parameter a) abhängt.

3. Zur Berechnung der Nullstellen des quadratischen Polynoms

$$(x - 1)(x - a) = x^2 + px + q$$

mit $a > 0$, stehen die folgenden beiden Wege zur Auswahl:

1. Berechne zunächst die erste Nullstelle x_1 mit

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

und dann die zweite Nullstelle mit

$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

2. Berechne zunächst die erste Nullstelle x_1 mit

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

und dann die zweite Nullstelle mit

$$x_2 = q/x_1.$$

Diese Wege sind mathematisch äquivalent. Man programmiere beide Wege und vergleiche die Ergebnisse für den Fall, dass a klein ist ($a = 10^{-i}$, $i \in \{10, 12, 14, 16, 17\}$). Für beide Verfahren und für alle Werte von a gebe man den relativen Fehler in der kleineren Nullstelle an: $|x_2 - a|/a$.

4. Das Maschinenepsilon ε_M ist die kleinste positive Zahl, für die $1 + \varepsilon_M > 1$. Man schreibe ein Programm zur Berechnung von ε_M . Dabei gebe man sich einen Startwert $a > 0$ vor und teste ob $1 + a > 1$. Falls das der Fall ist, verkleinere man a , zum Beispiel durch Halbierung, solange, bis $1 + a = 1$. Daraus kann man dann das Maschinenepsilon berechnen.