Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 07.01.2003

Leistungskontrolle Nr. 3, Gruppe C
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Computermathematik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man berechne die Grenzwerte der Folgen

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-2n^2+5n^{18/10}-8n^{13/6}}{n^2-7n^{39/18}-10n^{9/5}}, \quad \lim_{n\to\infty} n\left(2-\sqrt{\left(2-\frac{5}{n}\right)\left(2-\frac{7}{n}\right)}\right), \quad \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{4n}\right)^{2n},$$

   $n \in \mathbb{N}$. **5 Punkte**

2. Man zeige, daß die Folge $a_n, n \geq 1$, mit

$$a_{n+1} = \frac{12n^2+17n-7}{(3n+2)(4n+3)}a_n, \quad a_1 = \frac{7}{2}$$

   konvergiert. **3 Punkte**

3. Man berechne Häufungspunkte, $\liminf$, $\limsup$, $\inf$ und $\sup$ der Folge

$$a_n = \frac{3}{2}(-1)^{n+1}\left(5+\frac{2}{n}\right), \quad n \geq 1.$$

   4 Punkte

4. Man beweise die folgende Aussage oder finde ein Gegenbeispiel.
   Wenn für die Folge $\{a_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ die Folge $\{b_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ mit

$$b_k = a_{k+1} - a_k \qquad k \in \mathbb{N}$$

   eine Nullfolge ist, dann konvergiert die Folge $\{a_k\}_{k\in\mathbb{N}}$. **2 Punkte**

5. Seien $\{f_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ und $\{g_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ zwei konvergente Folgen in $\mathbb{R}$. Man zeige, daß dann auch die Folge $\{a_k\}_{k\in\mathbb{N}}$, die durch

$$a_k = \min\{f_k, g_k\} \qquad k \in \mathbb{N}$$

   definiert ist, konvergiert. **3 Punkte**