Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 12.11.2002

Leistungskontrolle Nr. 1, Gruppe B
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man forme
$$\cos(\alpha+\beta-\gamma)$$
so um, daß man einen Ausdruck enthält, in dem nur Funktionen der Form $\sin x$ und $\cos x$ mit $x \in \{\alpha, \beta, \gamma\}$ auftreten. **2 Punkte**

2. Man vereinfache
$$\log_{\sqrt[4]{x}} x^5 \quad \text{und} \quad \log_y x^2 + \log_{y^2} x.$$
2 Punkte

3. Man beweise mit vollständiger Induktion
$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(2i-1)(2i+1)}=\frac{n}{2n+1}.$$
5 Punkte

4. Man zeige, daß für beliebige Mengen U, V, W, X gilt
$$(U\setminus(V\cap W))\times X=(U\setminus V)\times X\cup(U\setminus W)\times X.$$
4 Punkte

5. Man untersuche, ob folgende Teilmengen $F\subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}$ Abbildungen von $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ sind :
   i) $F=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \ : \ \sin y = e^x\}$,
   ii) $F=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \ : \ y^2=\sin^2 x\}$.

   2 Punkte

6. Man untersuche folgende Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität :
   i) $F \ : \ \mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ mit $F(x)=e^{(x^2)}$,
   ii) $F \ : \ [0,\pi^2]\to[-1,1]$ mit $F(x)=\cos\sqrt{x}$.

   2 Punkte