Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 24.11.2000

Leistungskontrolle Nr. 2, Gruppe B
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte, die nicht ausdrücklich bewiesen werden sollen, können vorausgesetzt werden.

1. Gegeben seien zwei Mengen A und B. Was bedeutet, daß A und B gleichmächtig sind? Seien $A = (0,1)$ und $B = (0,2)$. Man zeige, daß diese Mengen gleichmächtig sind. **2 Punkte**

2. Man vereinfache
$$\sum_{i=1}^{n+2} b_i - \sum_{i=1}^{n+3} b_{i+1}.$$
1 Punkt

3. Man berechne
$$\arg(5i) \cdot \left|(2+2i)^2\right| + \mathrm{Re}(3-\pi) \cdot \mathrm{Im}\left[\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)\right].$$
Beim Argument nehme man den Hauptwert. **2 Punkte**

4. Man untersuche ob $(\mathbb{R}^2, d)$ mit
$$d(x,y) = |x_1| + |x_2| + |y_1| + |y_2|, \quad x = (x_1,x_2), y = (y_1,y_2)$$
ein metrischer Raum ist. **2 Punkte**

5. E sei eine beliebige mindestens zweielementige Menge. Man beweise, daß durch die Festsetzung
$$d(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{für } x = y \\ 1 & \text{für } x \neq y \end{cases}$$
(E,d) ein metrischer Raum wird. **5 Punkte**

6. Gegeben sei der metrische Raum $(\mathbb{R}^2, d)$ mit
$$d(x,y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|, \quad x = (x_1,x_2), y = (y_1,y_2).$$
Man gebe den abgeschlossenen Kreis mit dem Mittelpunkt $(1,3)$ und dem Radius 2 an (Angabe als Menge und Skizze). **2 Punkte**

7. Sei (E,d) ein metrischer Raum, A eine offene Menge und B eine abgeschlossene Menge. Man zeige, daß $B \setminus A$ abgeschlossen ist.
Hinweis: Man überlege sich, in welcher Beziehung $B \setminus A$ mit B und $C_E A$ steht. **3 Punkte**