



Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik

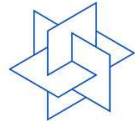
Lange Nacht der Wissenschaften 2008

Alexander Weiß

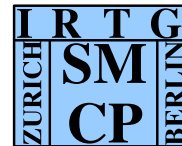
Money, Money, Money: Aktionär und trotzdem arm?



Leibniz  
Gemeinschaft



DFG-Forschungszentrum MATHEON  
Mathematik für Schlüsseltechnologien





- ▷ Wie sicher kann man sich bei Geldanlagen wirklich sein, welche Rolle spielt der Zufall?
  - ⇒ Finanzmärkte aus finanzmathematischer Sicht
  
- ▷ Und überhaupt, ist ein Anleger eigentlich schlauer als ein Atom?

# Was Sie erwartet

---

- ▷ Wie sicher kann man sich bei Geldanlagen wirklich sein, welche Rolle spielt der Zufall?
  - ⇒ Finanzmärkte aus finanzmathematischer Sicht
  
- ▷ Und überhaupt, ist ein Anleger eigentlich schlauer als ein Atom?
  - ⇒ Finanzmärkte aus Sicht der statistischen Mechanik

Finanzmathematik ist interessiert an...

▷ der Optimierung von Anlagestrategien

▷ der Bewertung von Derivaten

Finanzmathematik ist interessiert an...

- ▷ der Optimierung von Anlagestrategien

Wie verteilt man ein Startkapital optimal auf verschiedene Anlageformen (Aktien, Rohstoffe, Devisen, Sparbuch, ...), um es möglichst effizient zu vermehren?

- ▷ der Bewertung von Derivaten

Derivate: Finanzprodukte, deren Wert von grundlegenden Produkten abhängt (z.B. dem Aktienpreis)

## Beispiel: European Call Option

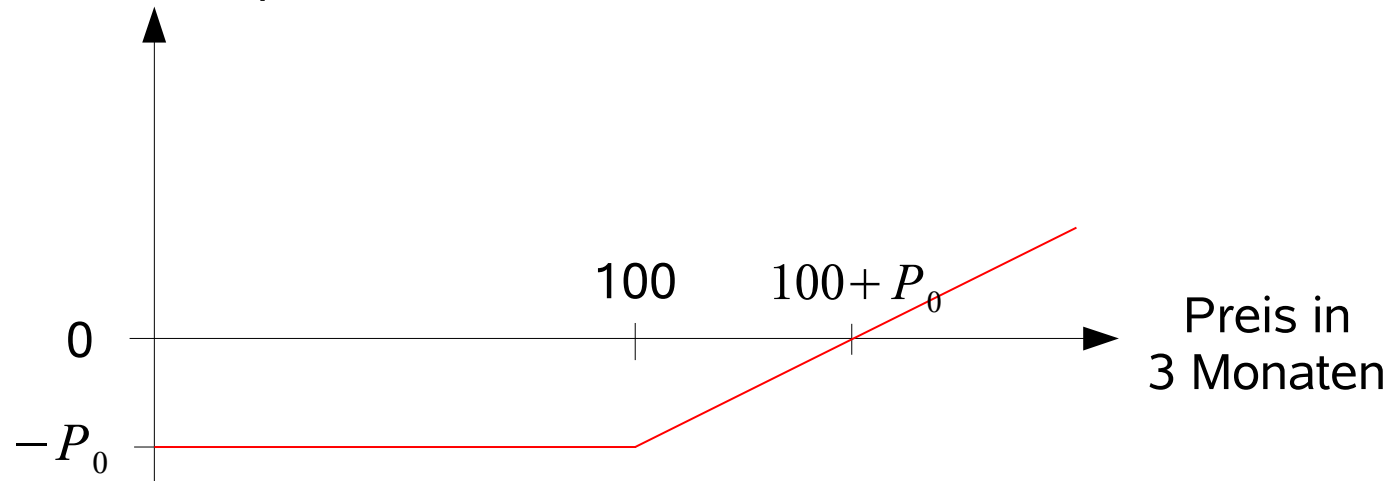
---

- ▷ Ein Anleger möchte in drei Monaten einen bestimmten Aktienposten kaufen.
- ▷ heutiger Preis: 98,00 €
- ▷ angebotene Option:
  - zu zahlender Preis in drei Monaten: 100,00 €
  - Preis für die Option:  $P_0$  €

## Beispiel: European Call Option

- ▷ Ein Anleger möchte in drei Monaten einen bestimmten Aktienposten kaufen.
- ▷ heutiger Preis: 98,00 €
- ▷ angebotene Option:
  - zu zahlender Preis in drei Monaten: 100,00 €
  - Preis für die Option:  $P_0$  €

Profit durch Option







Bachelier um 1890 (Quelle: Wikipedia)

Louis Bachelier (1870 - 1946)

1900: *Théorie de la Spéculation*

Dissertation betreut von Henri Poincaré  
an der Pariser Sorbonne

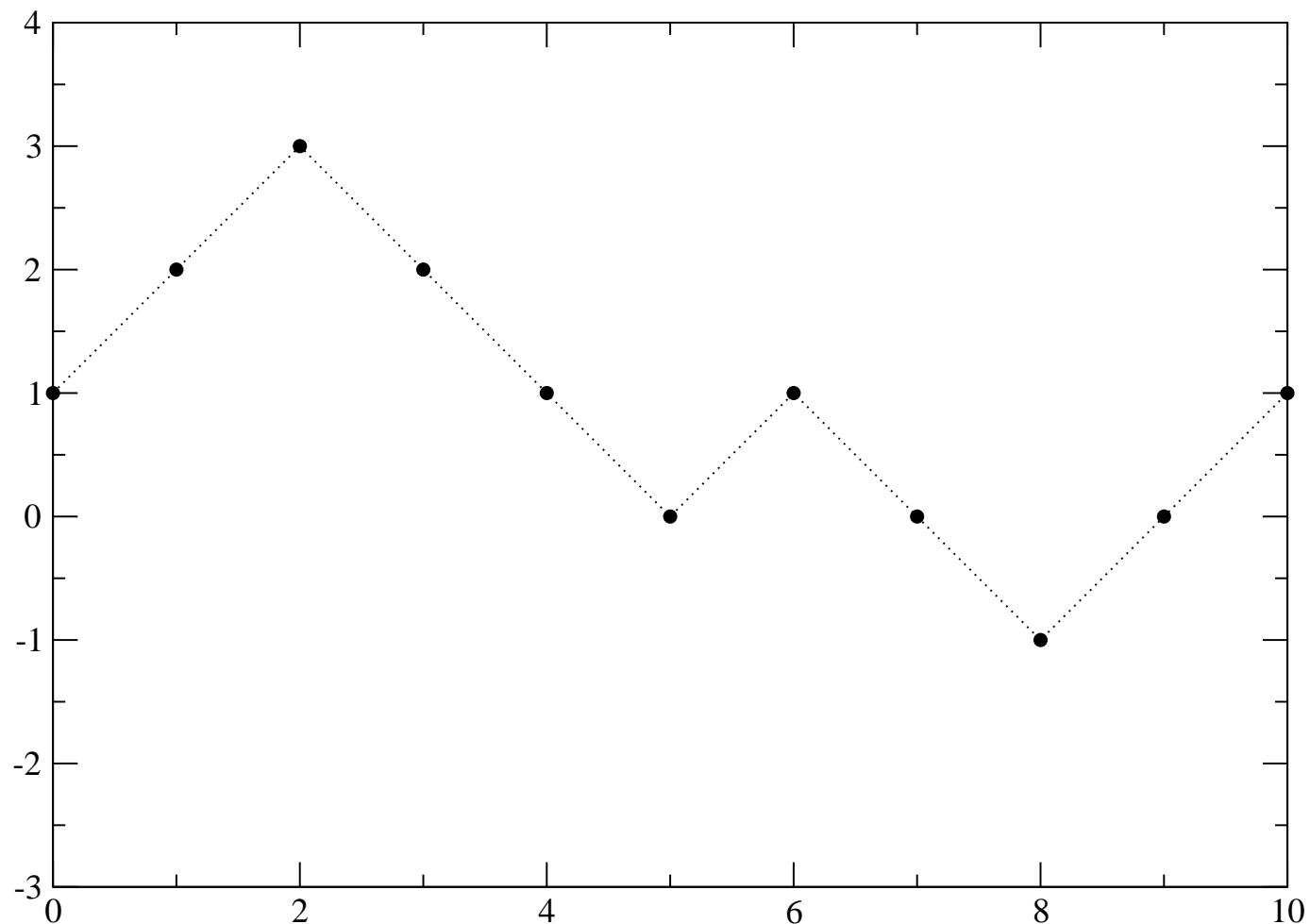
Annahmen:

- ▷ Preisbewegungen in verschiedenen Zeitintervallen beeinflussen einander nicht.
- ▷ Der Markt glaubt nicht an Trends, d.h. Preisbewegungen nach unten und nach oben sind gleich wahrscheinlich und im Mittel bleibt der Preis konstant.

# Modellierung von Preisverläufen



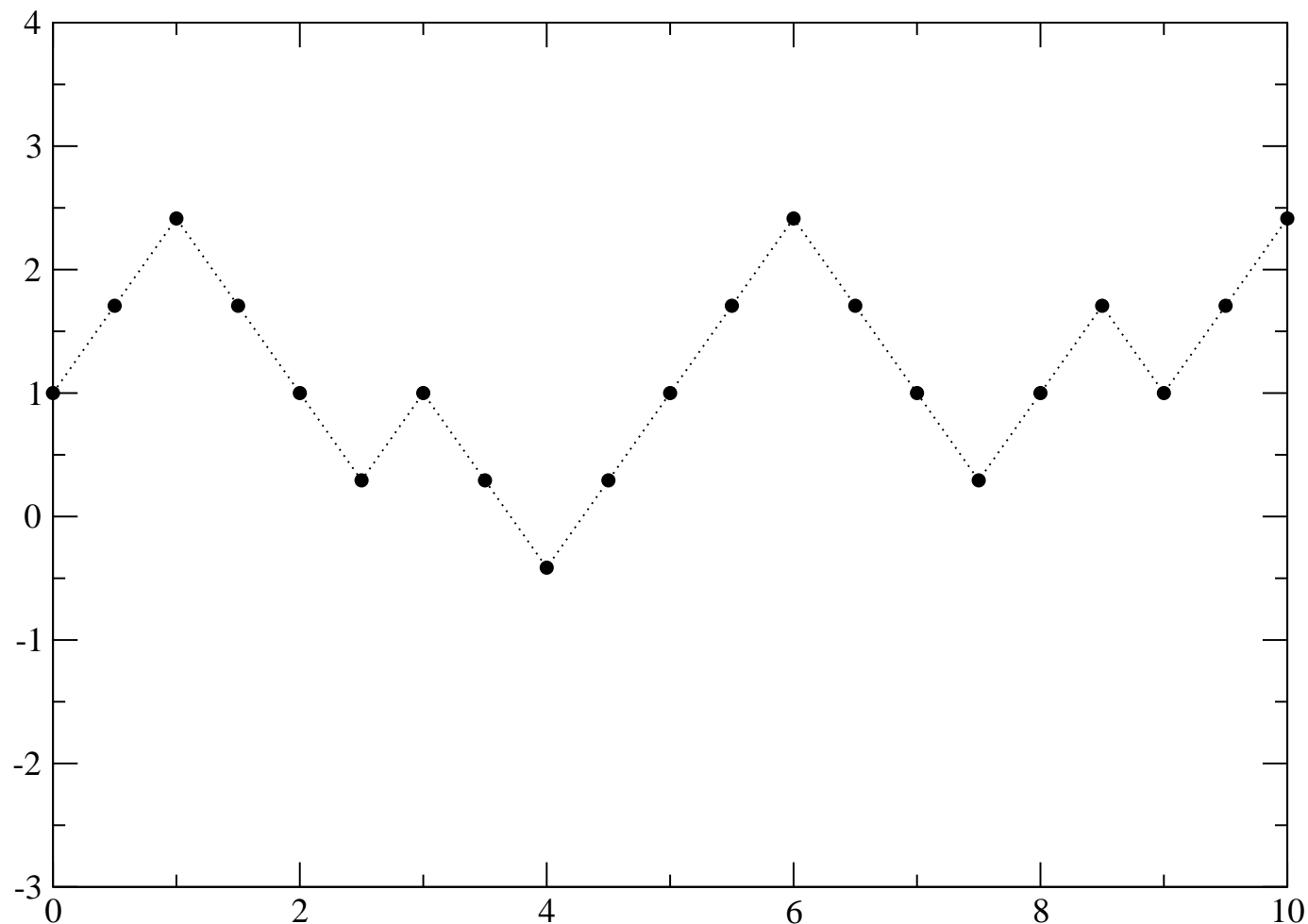
Bachelier um 1890 (Quelle: Wikipedia)



# Modellierung von Preisverläufen



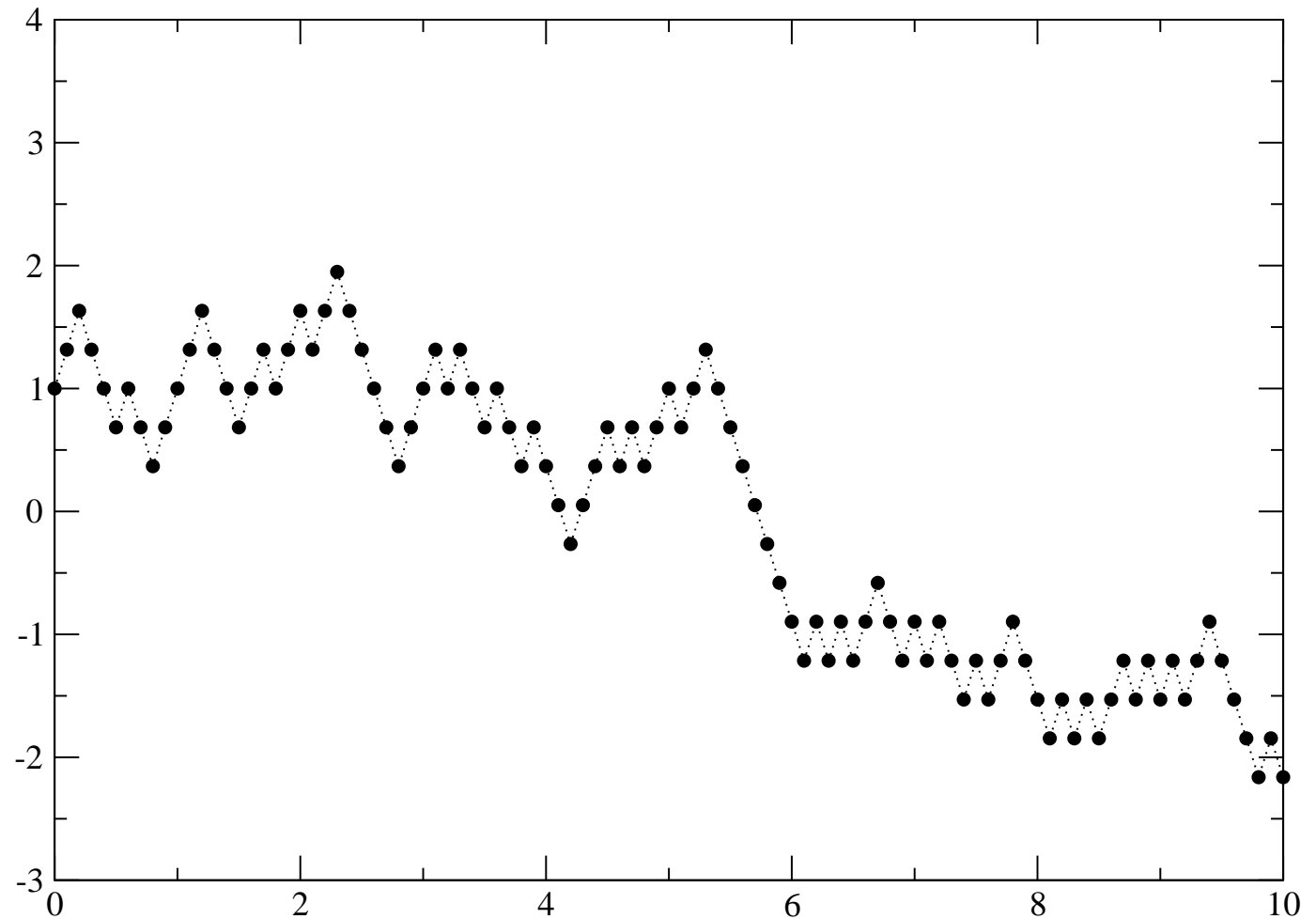
Bachelor um 1890 (Quelle: Wikipedia)



# Modellierung von Preisverläufen



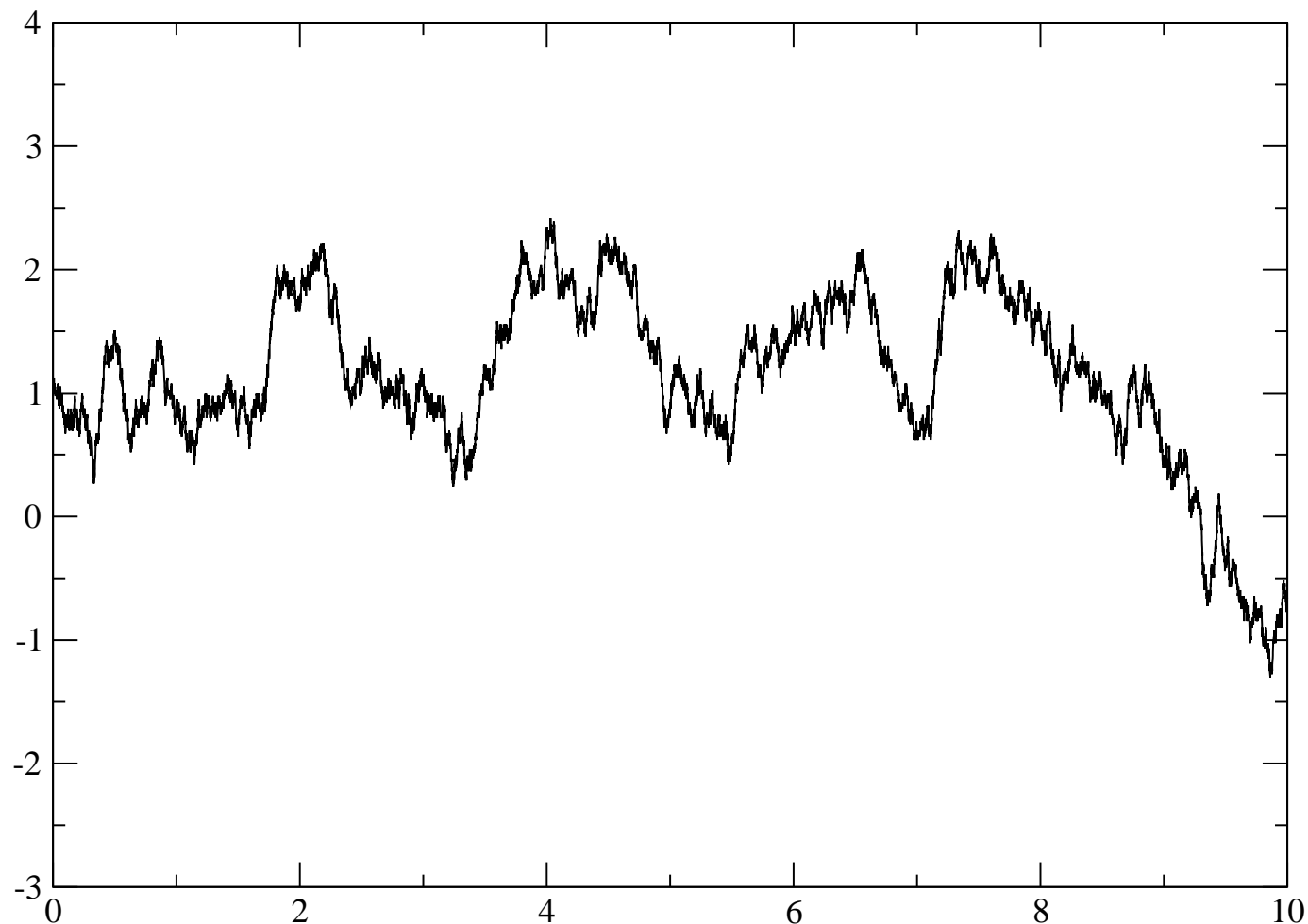
Bachelor um 1890 (Quelle: Wikipedia)



# Modellierung von Preisverläufen



Bachelier um 1890 (Quelle: Wikipedia)

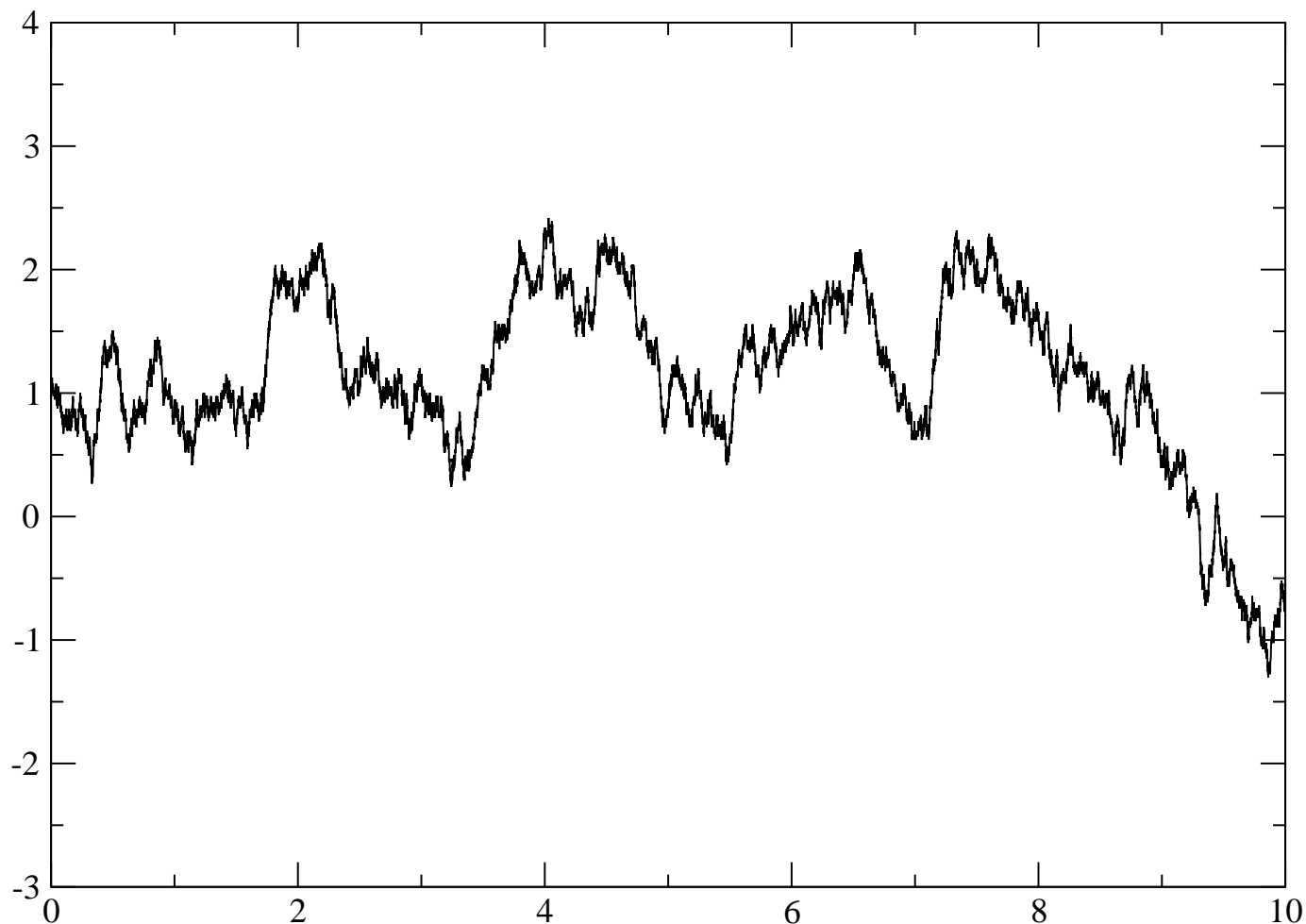


# Modellierung von Preisverläufen



Bachelier um 1890 (Quelle: Wikipedia)

Brownsche Bewegung

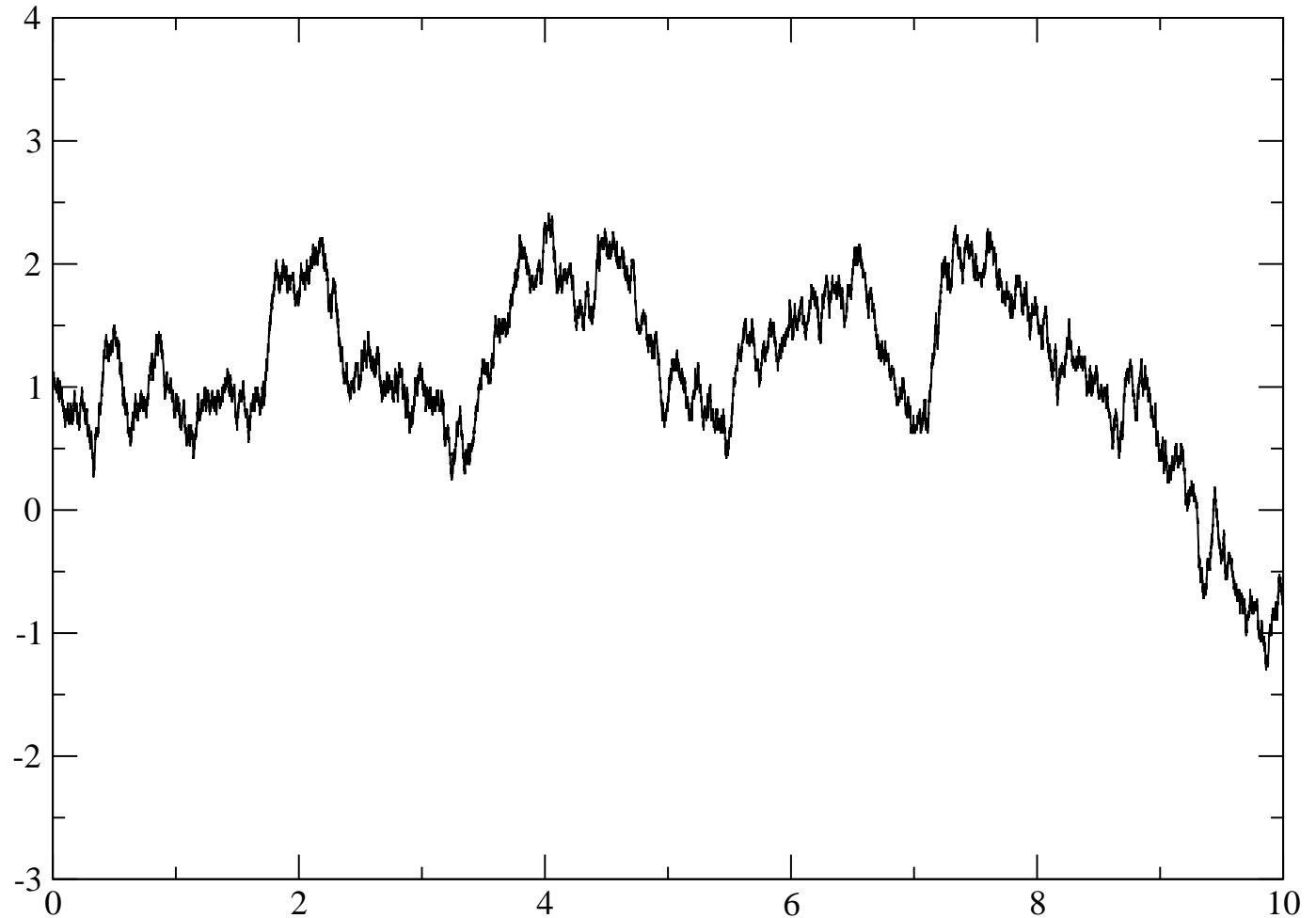


# Modellierung von Preisverläufen

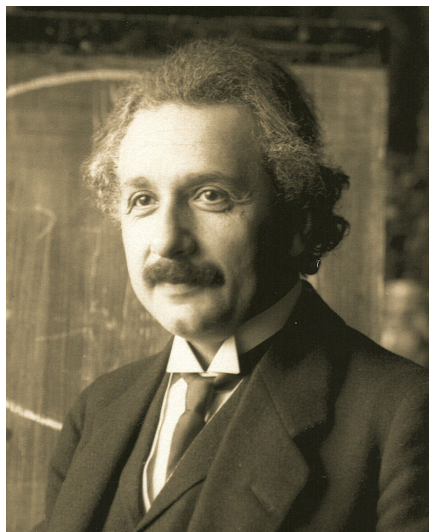


Robert Brown (Quelle: Wikipedia)

Brownsche Bewegung

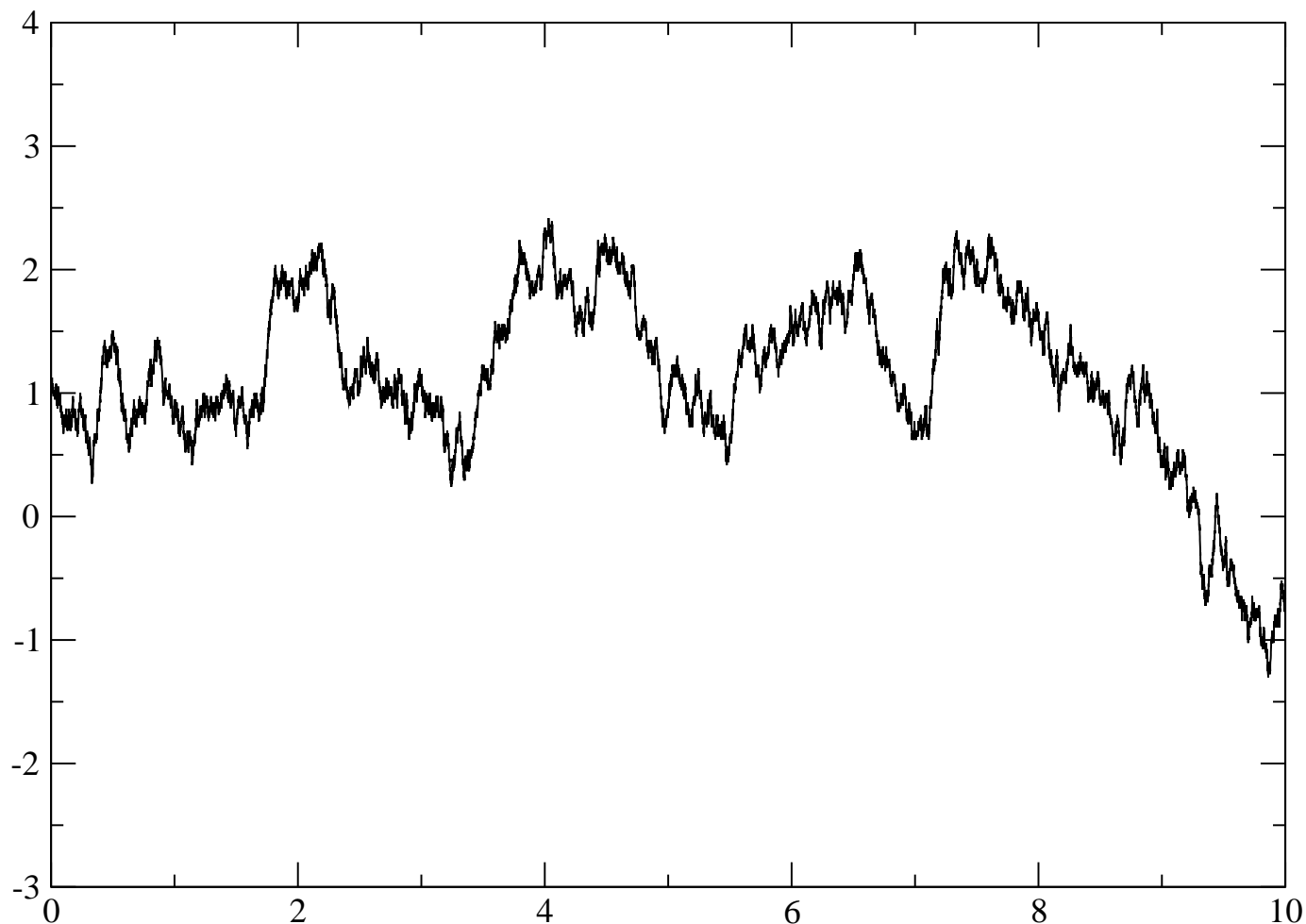


# Modellierung von Preisverläufen



Einstein um 1921 (Quelle: Wikipedia)

Brownsche Bewegung

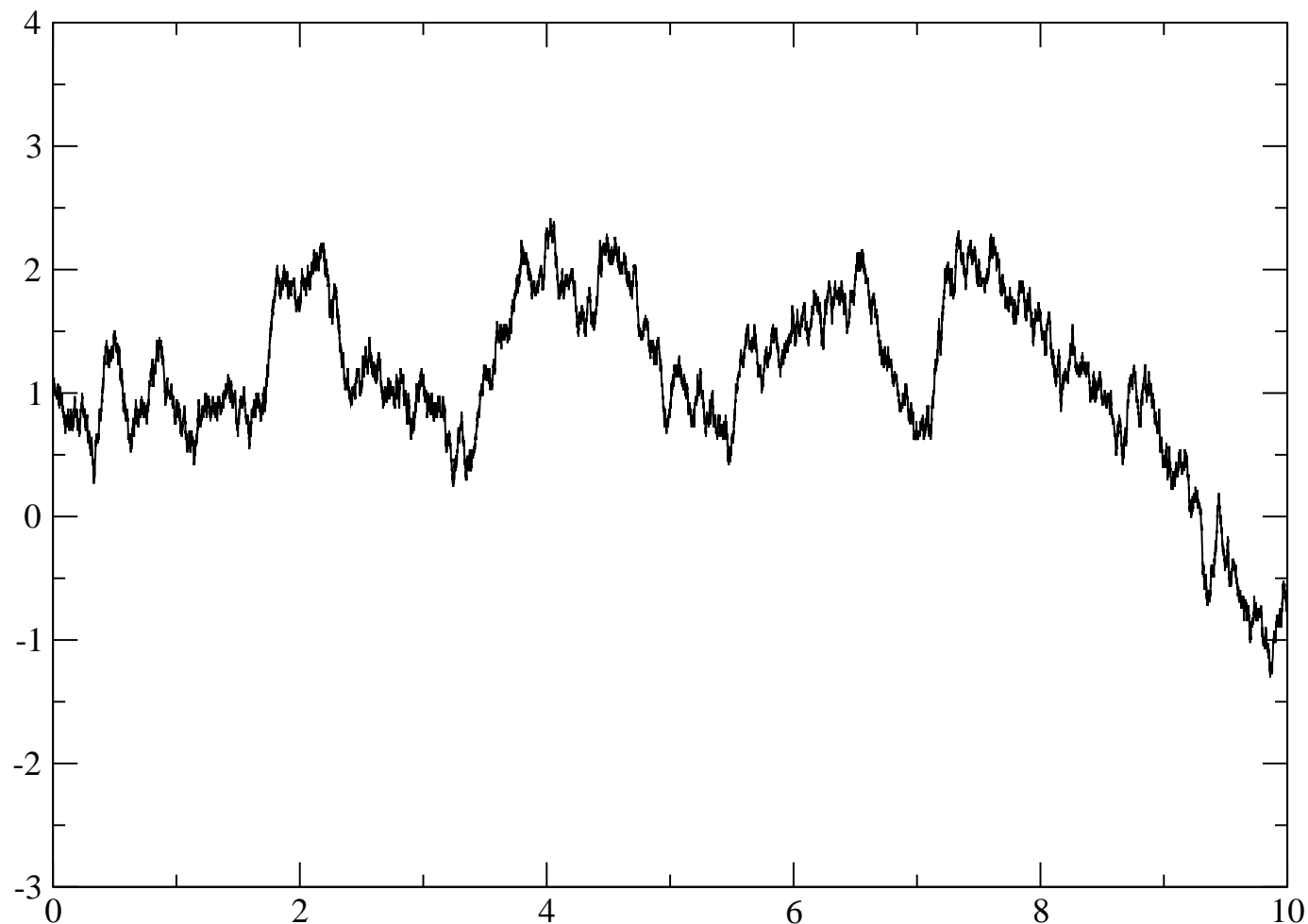




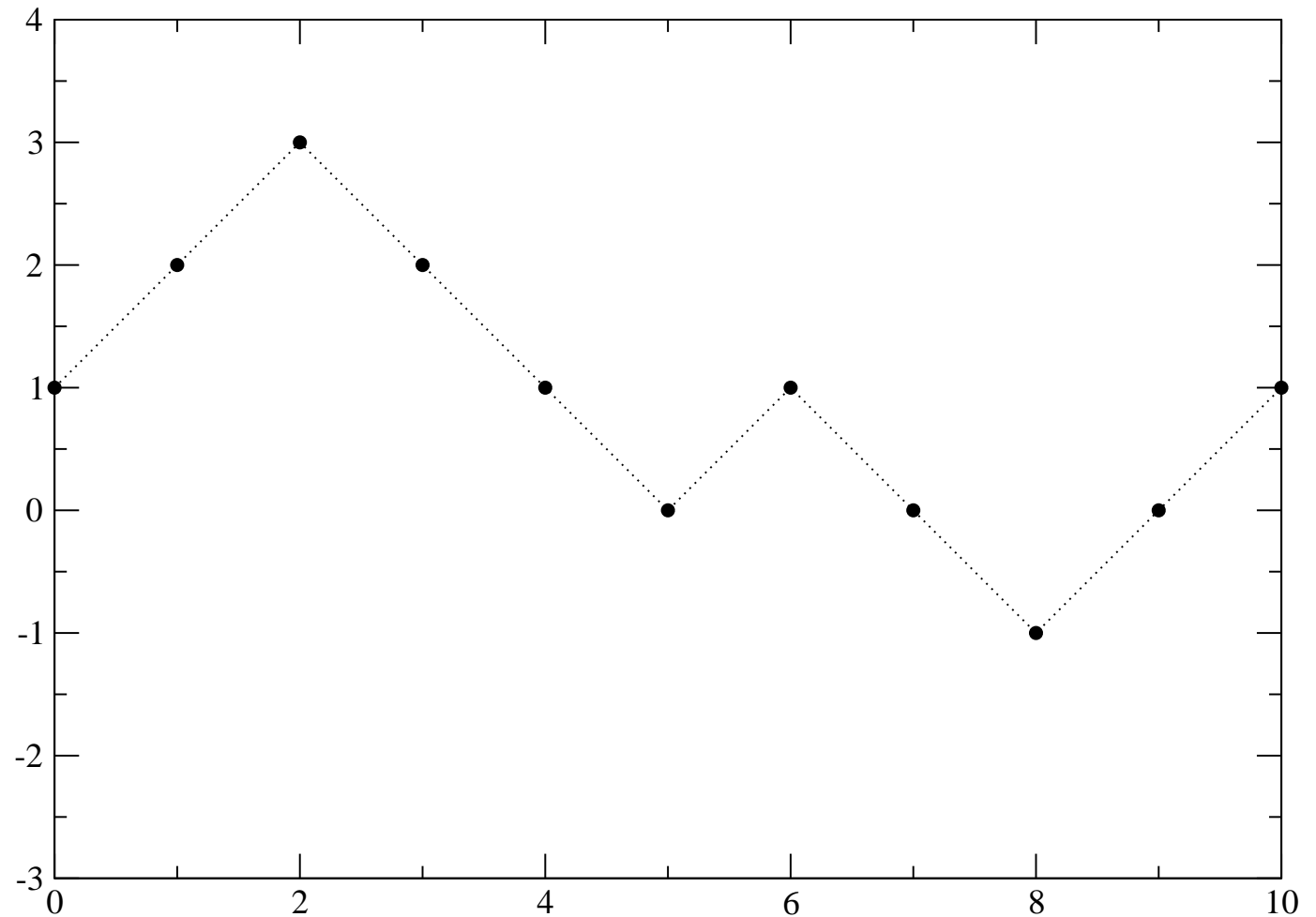
# Modellierung von Preisverläufen



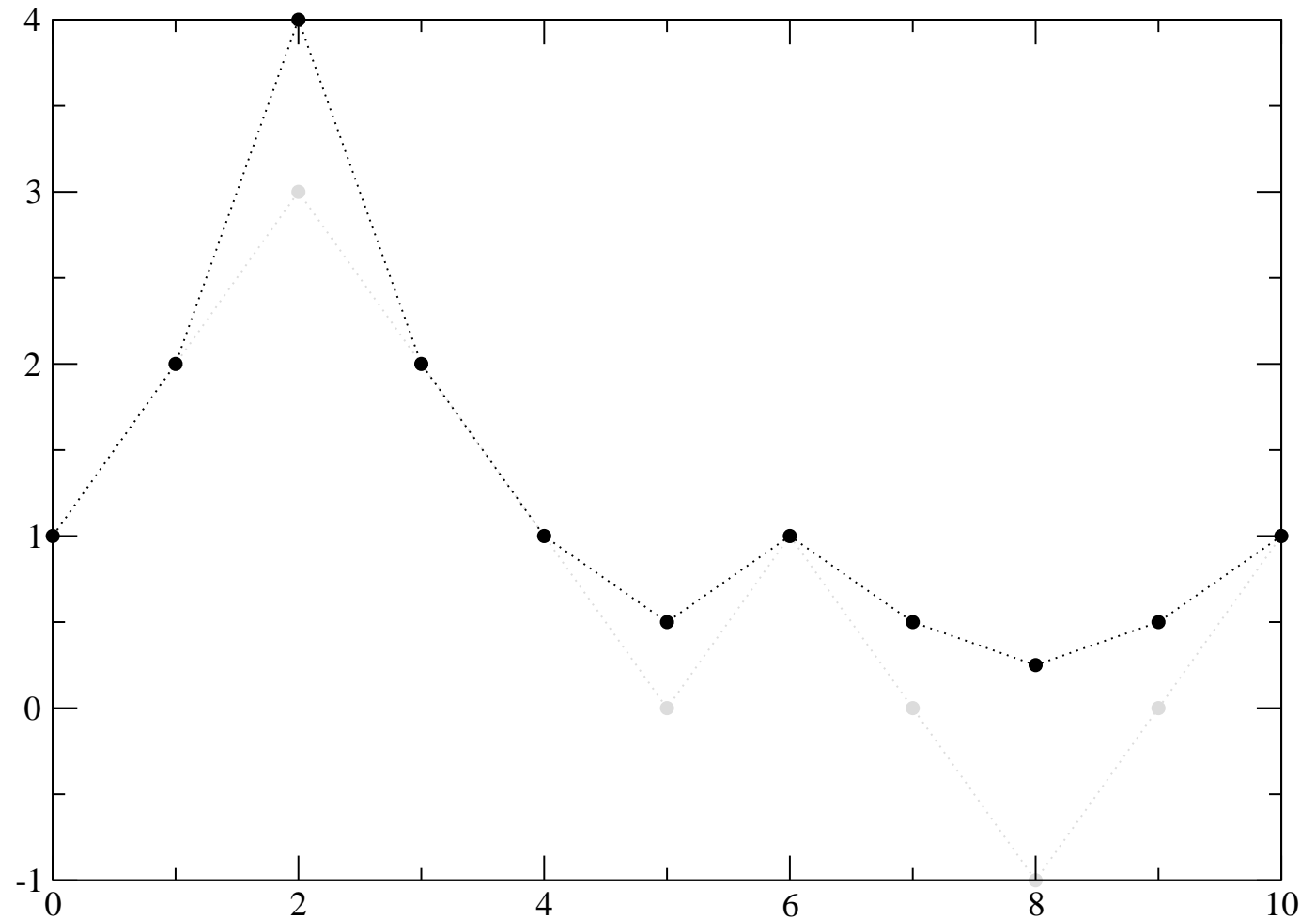
Bachelier um 1890 (Quelle: Wikipedia)



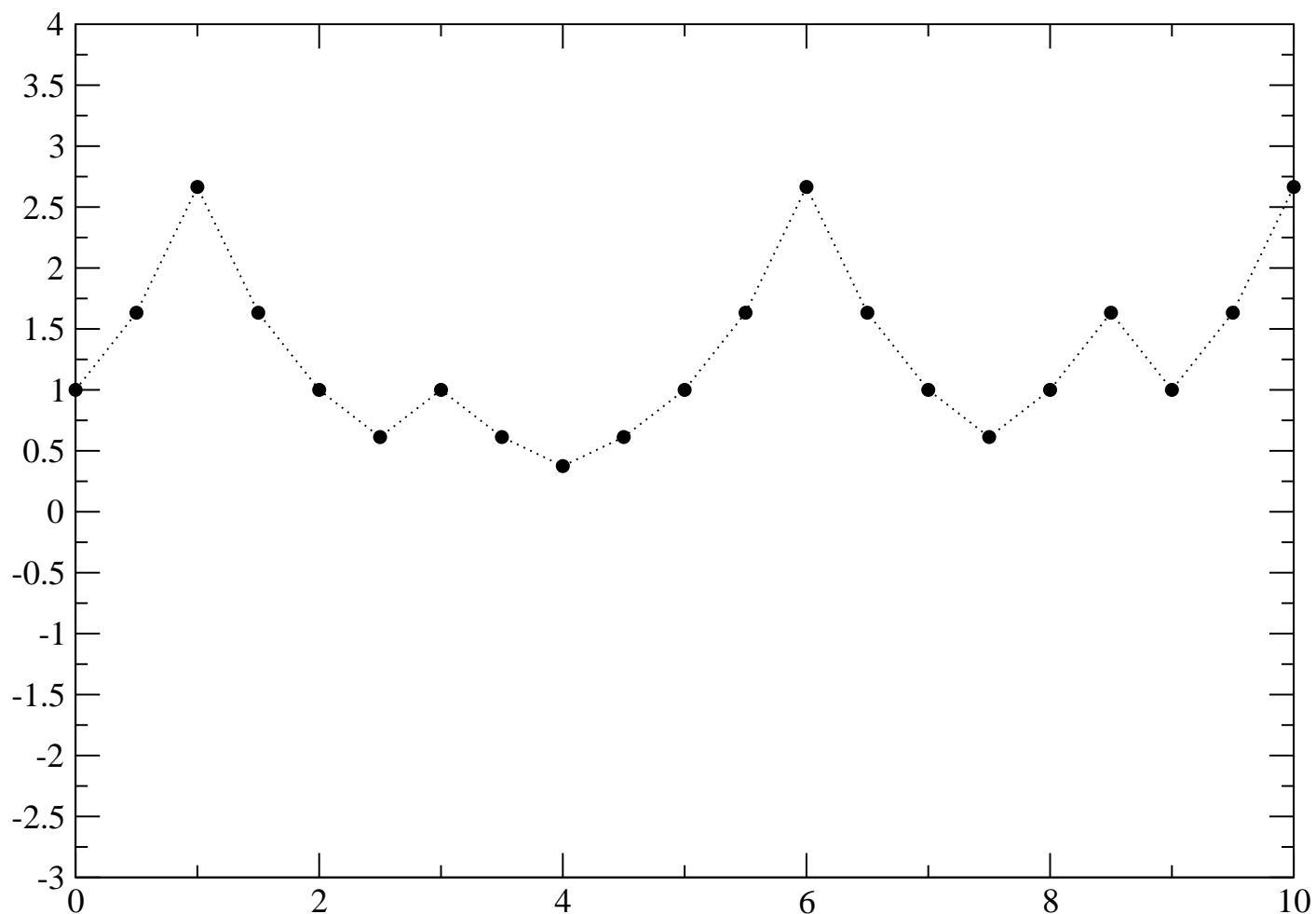
# Modellierung von Preisverläufen



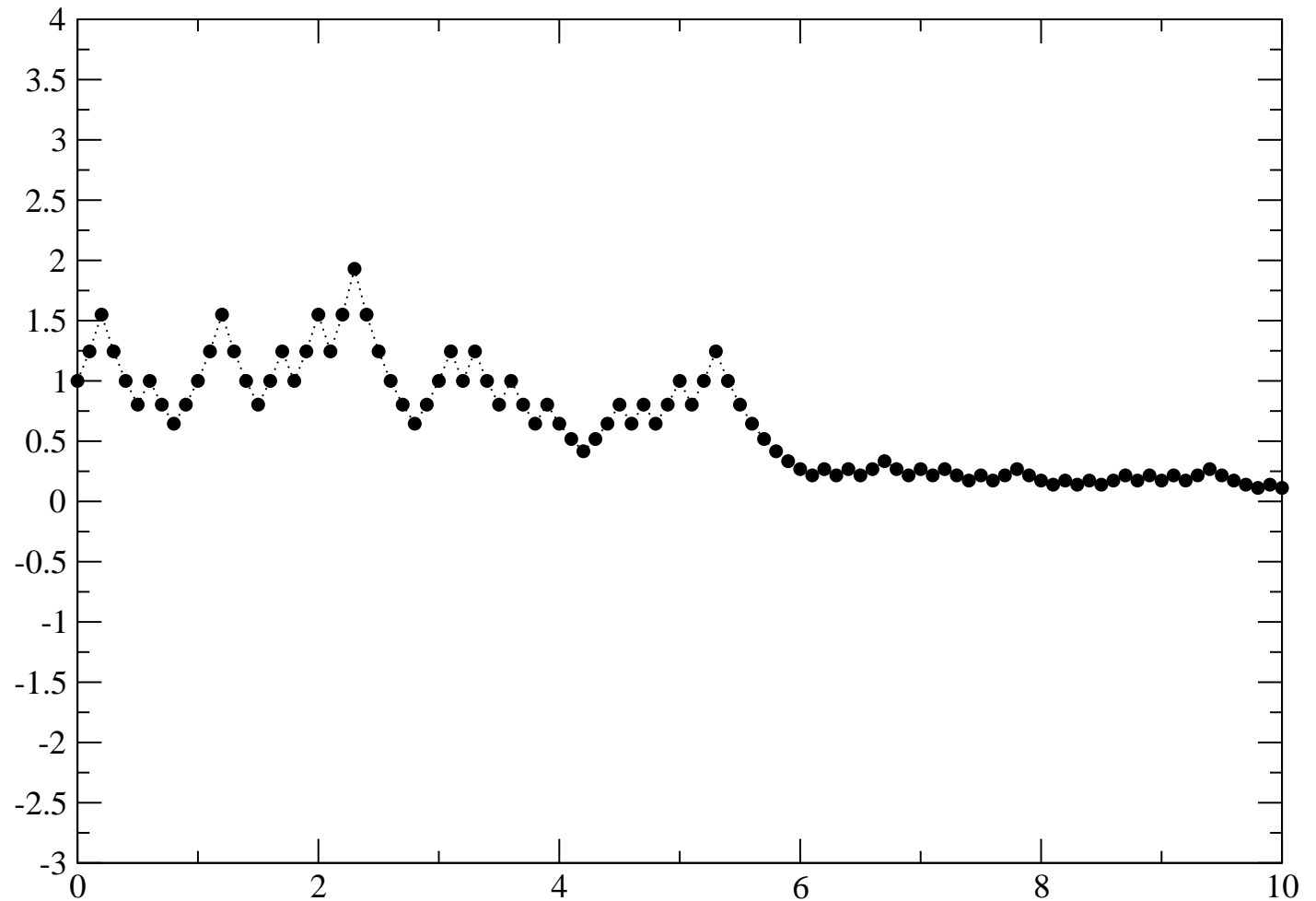
# Modellierung von Preisverläufen



# Modellierung von Preisverläufen

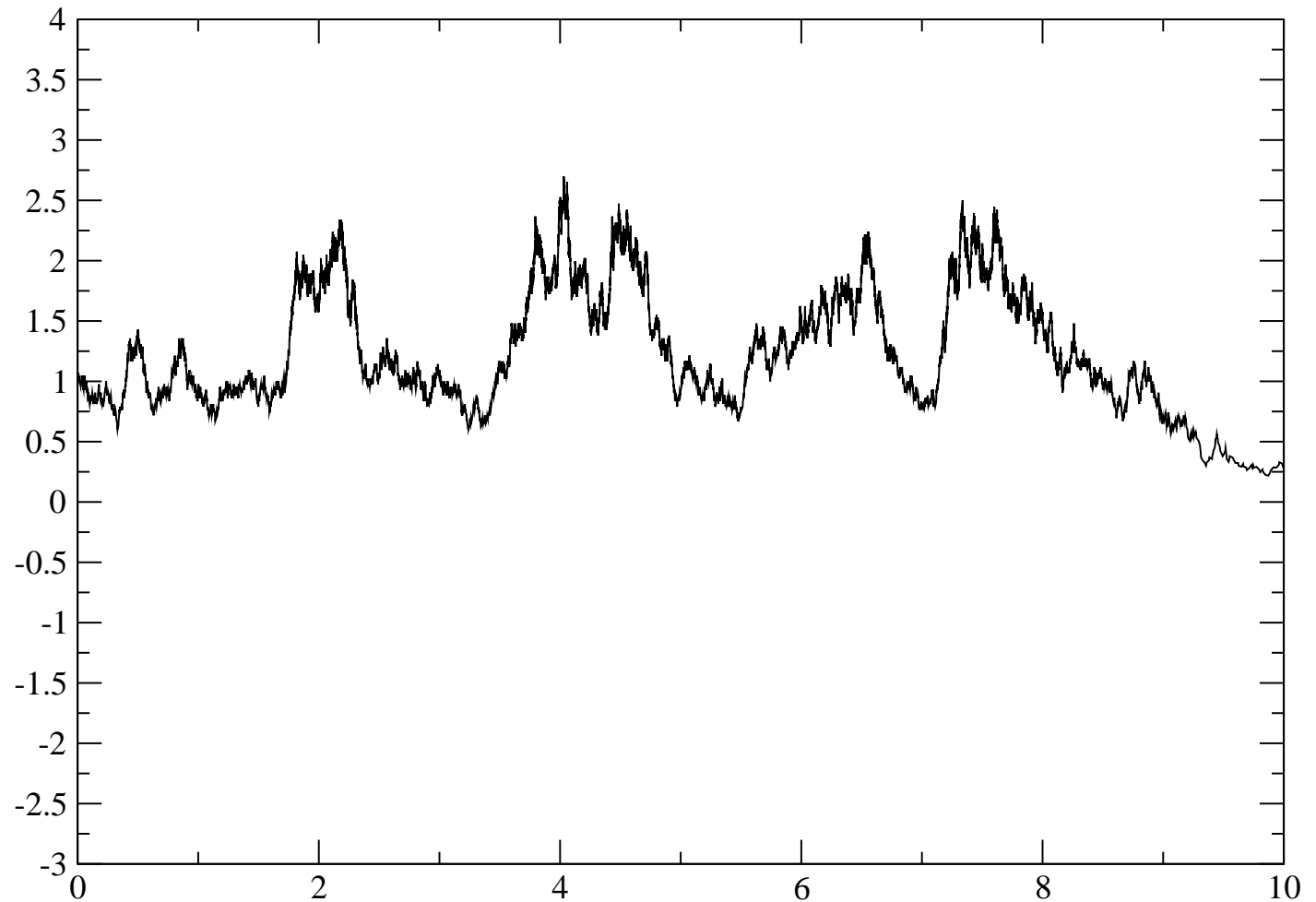


# Modellierung von Preisverläufen



# Modellierung von Preisverläufen

Geometrische  
Brownsche Bewegung



# Black-Scholes-Formel



Robert C. Merton (\*1944)  
1973: *Theory of rational option pricing*



Fischer Black (1938 - 1995), Myron Scholes (\*1941)  
1973: *The pricing of options and corporate liabilities*

oben: Merton 2006 (Quelle: Wikipedia)  
unten: Black 1975, Scholes 1970 (Quelle:  
MIT Museum)

- ▷ Die in den Arbeiten vorgeschlagene Formel für einen fairen Optionenpreis wird bekannt als *Black-Scholes-Formel*.
- ▷ Merton und Scholes bekommen 1997 den Wirtschaftsnobelpreis für ihre Arbeit über Derivatenbewertung.

(Klassische) Finanzmathematik

- ▷ bewertet Derivate,
- ▷ optimiert Strategien.

Ein Modell, wie sich Kurse verhalten, wird zugrunde gelegt.

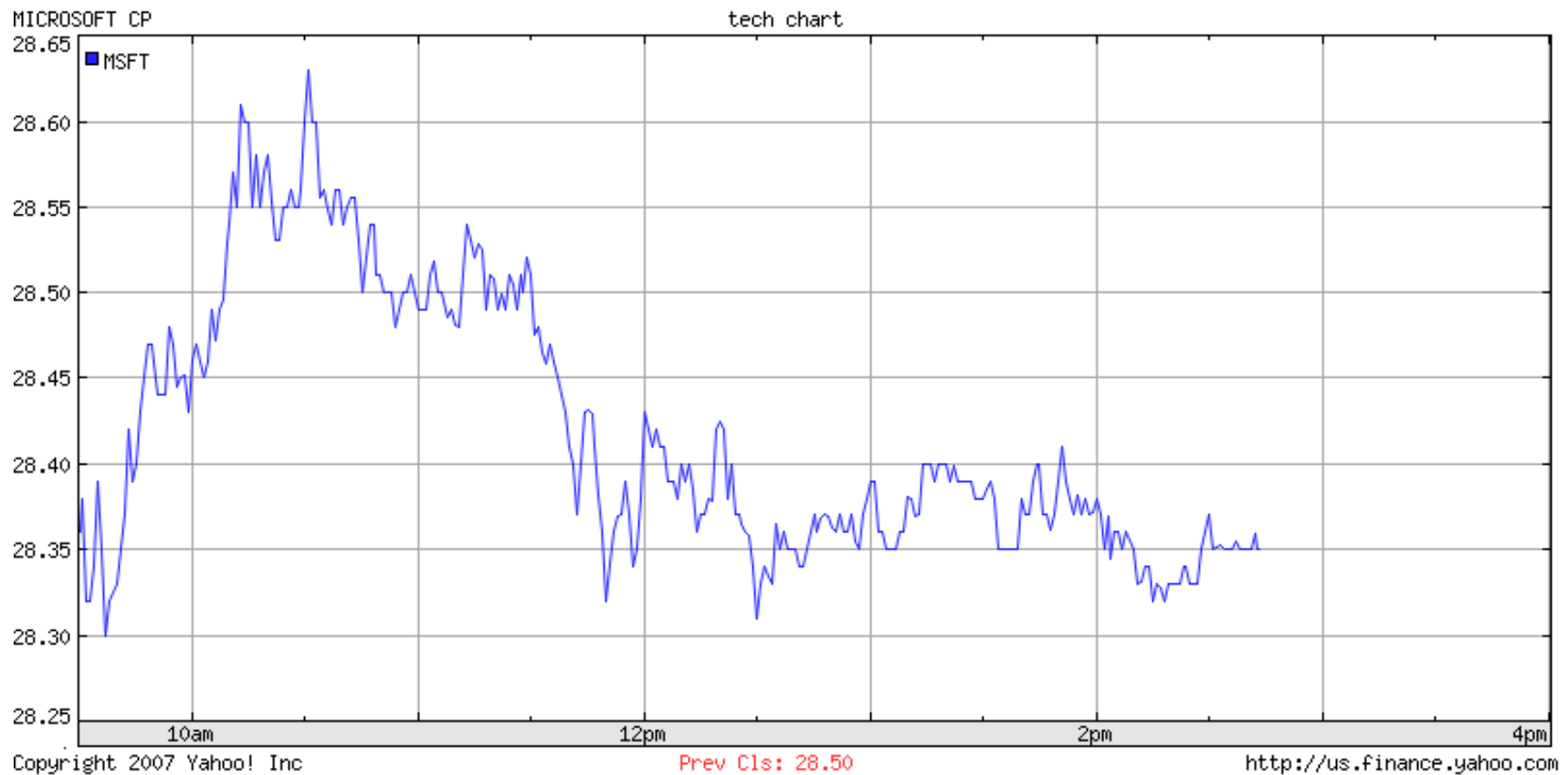
Die Modelle orientieren sich an dem statistischen Verhalten realer Preisverläufe.

Fragen:

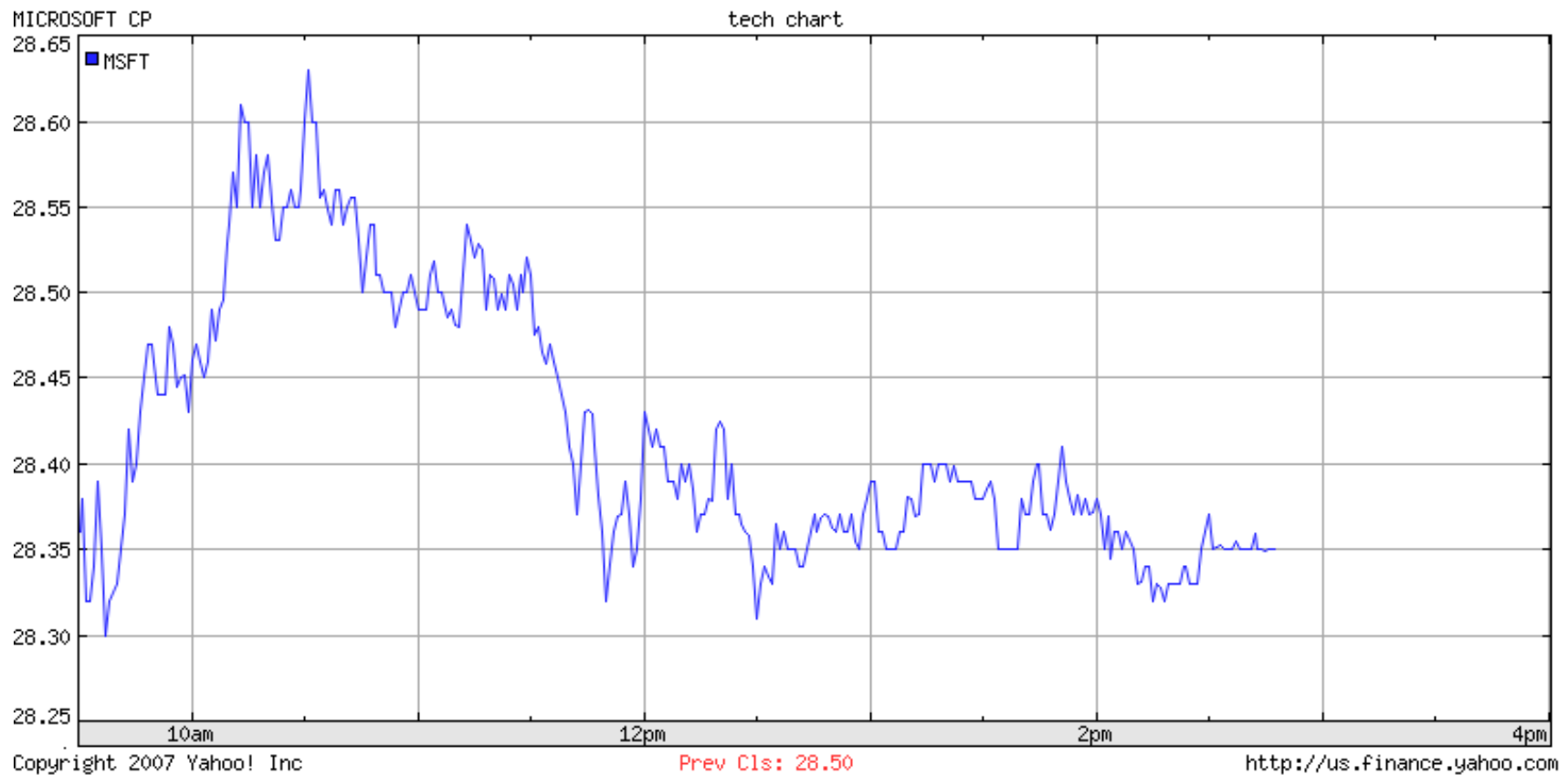
- ▷ Warum sehen reale Kursverläufe so aus, wie sie aussehen?
- ▷ Um ein Modell erstellen zu können braucht man eine Preishistorie. Was geschieht auf neuen Märkten oder in Ausnahmesituationen?



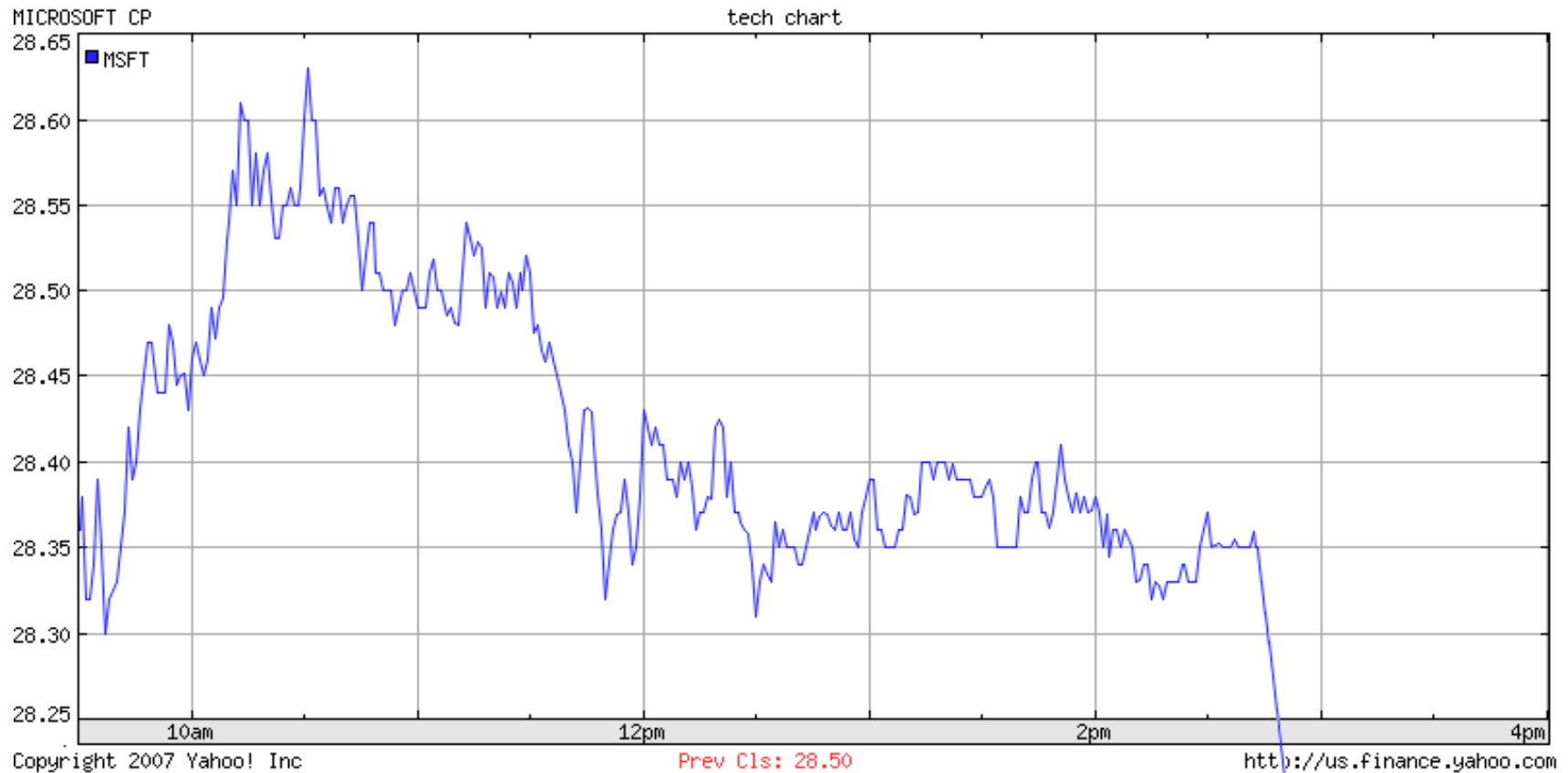
# Illiquide Märkte



# Illiquide Märkte




# Illiquide Märkte



# XETRA Orderbuch

Stück	Geld	Kurs	Brief	Stück
		18,79		400
		18,75		15
		18,59		1.600
		18,58		200
		18,45		1.000
		18,44		600
		18,42		1.400
		18,40		2.500
		18,35		2.500
		18,34		1.350

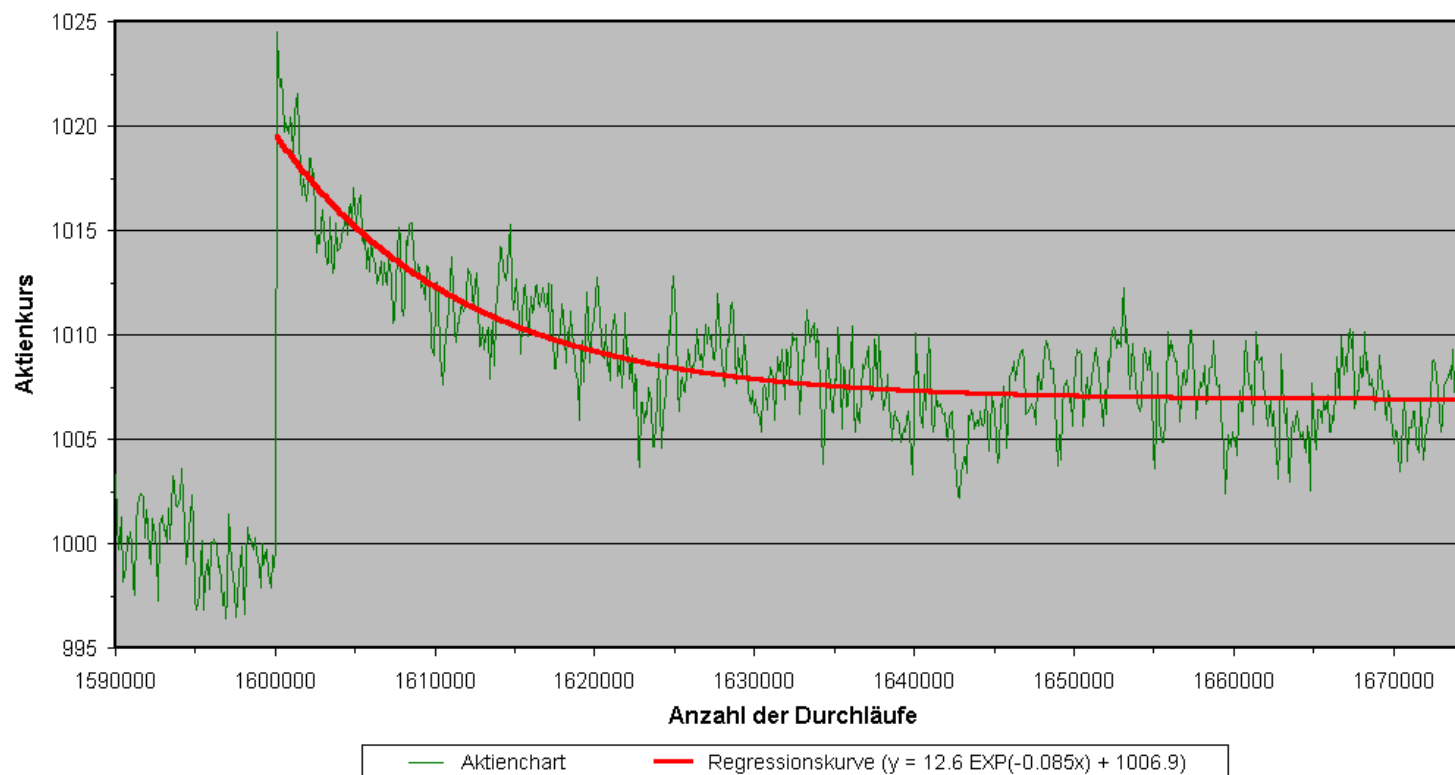
Quelle: [URL] <http://aktienkurs-orderbuch.finanznachrichten.de/MSF.aspx> [/URL]

1.400		18,23
650		18,22
1.060		18,19
600		18,12
200		18,00
200		17,98
600		17,80
50		17,70
400		17,52
1.500		17,50

# Verhalten des Marktes nach großen Aufträgen

Typische Fragestellung:

Wie kauft/verkauft man  $V$  Aktien im Zeitfenster  $[0, T]$  "optimal"?



Grafik erstellt von Frank Binder

## Ansatz der statistischen Mechanik

"Modelliere ein System auf einem mikroskopischen Level, um das makroskopische Verhalten besser zu verstehen."

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit und einen schönen Abend!