

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1. Zeigen Sie, dass die Legendre-Transformierte $x \mapsto \sup_t(tx - \Lambda(t))$ von Λ konvex ist.

Aufgabe 7.2. Bestimmen Sie die Ratenfunktionen der Exponential-, Poisson und Bernoulliverteilung.

Aufgabe 7.3. Ein Versicherungsunternehmen hat $n \in \mathbb{N}$ Kunden. Jeder Kunde bezahlt am Anfang eines bestimmten Jahres 10 Euro Prämie an das Unternehmen und danach nichts mehr. Während des Jahres meldet jeder Kunde einen normalverteilten Schaden mit Erwartungswert 8 Euro und Standardabweichung 1 Euro, der unabhängig von den Schäden der anderen Kunden ist. (Wir ignorieren die Zinseffekte.)

- (a) Sei p_n die Wahrscheinlichkeit des „Ruins“ des Versicherungsunternehmens bis zum Ende des Jahres, d.h., die Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen nicht alle Schäden von den angekommenen Prämien bezahlen kann. Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log p_n$.
- (b) *Überprüfung der Modellierung.* Sei q_n die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe aller Schäden nichtpositiv ist. Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log q_n$. Wieso ist die Modellierung hier gerechtfertigt, obwohl theoretisch

Rechtfertigung des Modells: Es ist in diesem Modell möglich, dass negative Schäden auftreten. Dieses schließen wir üblicherweise aus. Man kann diese Modellierung jedoch rechtfertigen, da die Wahrscheinlichkeit eines negativen Schadens bei ungefähr 10^{-15} liegt.

Aufgabe 7.4. Beweisen Sie Proposition 4.55 aus der Vorlesung.