

## Übungsblatt 7

**Aufgabe 7.1.** Zeigen Sie, dass die Legendre-Transformierte  $x \mapsto \sup_t(tx - \Lambda(t))$  von  $\Lambda$  konvex ist.

**Aufgabe 7.2.** Bestimmen Sie die Ratenfunktionen der Exponential-, Poisson und Bernoulliverteilung.

**Aufgabe 7.3.** Ein Versicherungsunternehmen hat  $n \in \mathbb{N}$  Kunden. Jeder Kunde bezahlt am Anfang eines bestimmten Jahres 10 Euro Prämie an das Unternehmen und danach nichts mehr. Während des Jahres meldet jeder Kunde einen normalverteilten Schaden mit Erwartungswert 8 Euro und Standardabweichung 1 Euro, der unabhängig von den Schäden der anderen Kunden ist. (Wir ignorieren die Zinseffekte.)

- (a) Sei  $p_n$  die Wahrscheinlichkeit des „Ruins“ des Versicherungsunternehmens bis zum Ende des Jahres, d.h., die Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen nicht alle Schäden von den angekommenen Prämien bezahlen kann. Berechnen Sie  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log p_n$ .
- (b) *Überprüfung der Modellierung.* Sei  $q_n$  die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe aller Schäden nichtpositiv ist. Berechnen Sie  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log q_n$ . Wieso ist die Modellierung hier gerechtfertigt, obwohl theoretisch

*Rechtfertigung des Modells:* Es ist in diesem Modell möglich, dass negative Schäden auftreten. Dieses schließen wir üblicherweise aus. Man kann diese Modellierung jedoch rechtfertigen, da die Wahrscheinlichkeit eines negativen Schadens bei ungefähr  $10^{-15}$  liegt.

**Aufgabe 7.4.** Beweisen Sie Proposition 4.55 aus der Vorlesung.