Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1. Ziel der Aufgabe ist es zu zeigen, dass genau dann $\lim_{t\uparrow\tau} \Lambda_Y(t) = \infty$ gilt, wenn entweder $\tau = \infty$ oder sowohl $\tau < \infty$ als auch $F(\tau-) = 1$ gilt.

(a) Zeigen Sie, dass aus $F(\tau-) < 1$ direkt $\Lambda(\tau-) < \infty$ folgt.

(b) Zeigen Sie, dass, falls $F(\tau-) = 1$, es ein Folge $(t_n : n \in \mathbb{N})$ gibt, so dass $\Lambda(t_n) - \Lambda(t_{n-1}) \geq 1/2$ gilt.

(c) Schließen Sie damit die Behauptung.

Aufgabe 5.2. Wir betrachten eine reine Todesfallversicherung, d.h. $A(\tau) = 0$, und nehmen an, dass A, K und T stetig differenzierbar sind. In diesem Fall können wir, wie in Aufgabe 3.5, die natürliche Prämie über die Dichte $\pi^{\text{nat}}(t) = A(t)\lambda(t)$ definieren. Berechnen Sie die Varianz des Barwerts und vergleichen Sie diese mit der Varianz der Nettoeinmalprämie.

Aufgabe 5.3. Der erste Zug des Tages aus Werneuchen nach Berlin kommt jeden Tag unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit $1/5$ zu spät. Eine Reisende auf dieser Bahnlinie schließt an einem Sonntag eine Versicherung mit der folgenden Leistung ab: Falls der oben genannte Zug am n-ten Tag nach der Vertragsunterzeichnung zum ersten Mal zu spät kommt, bekommt der Reisende 2^{-n} Euro vom Versicherungsunternehmen und danach keine Leistung mehr. Wegen der höchstwahrscheinlich kurzer Versicherungsperiode sei die Kapitalfunktion durch $K(t) = 1$ gegeben.

(a) Stellen Sie das zugehörige Lebensversicherungsmodell auf.

(b) Berechnen Sie das Minimum der Varianz des Barwertes unter allen möglichen Nettoprämien im Fall dieser Versicherung.

(c) Berechnen Sie außerdem die Varianz des Barwerts der natürlichen Prämie und vergleichen Sie diese mit dem Minimum aus Teil (a).

Aufgabe 5.4. Sei $(N_t : t \geq 0)$ der Zählprozess mit genau einem Sprung zur Zeit T, wobei $\mathbb{P}(T = 1) = \mathbb{P}(T = 2) = 1/2$. Finden Sie den Kompensator von N_t.

Am 28.11. findet eine Übung statt. Die Vorlesungen vom 04.12. findet ersatzweise am 05.12. zum Übungstermin statt. Die Vorlesungen vom 20.12. findet ersatzweise am 19.12. zum Übungstermin statt.