

## Analysis A: Übungsblatt 1

Abgabe in den Übungen vom 19. bis 25. Oktober 2006

AUFGABE 1.1 (4 Punkte) — Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln, dass die Aussage “wenn nicht  $a$ , dann auch nicht  $b$ ” äquivalent zu “aus  $b$  folgt  $a$ ” ist.

AUFGABE 1.2 (5 Punkte) — Drücken Sie die folgenden Sätze mit Hilfe der Symbole  $\exists, \forall, \vee, \wedge$  und  $\implies$  aus, ohne ein Wort zu benutzen.

- (i) Es gibt beliebig große  $x$ , so dass  $f(x) > x$  ist.
- (ii) Für alle genügend großen  $x$  gilt  $f(x) > x$ .
- (iii) Wenn nur  $x \in \mathbb{R}$  und  $y \in \mathbb{R}$  nahe genug an einander liegen, gilt  $f(x, y) < x$ .
- (iv) Wenn bei gegebenem  $x \in \mathbb{R}$  die Zahl  $y \in \mathbb{R}$  nahe genug an  $x$  liegt, so gilt  $f(x, y) < x$ .
- (v) Wie viele Summanden man benötigt, um eine natürliche Zahl als Summe von  $k$ -ten Potenzen darzustellen, lässt sich durch Schranken abschätzen, die nur von  $k$  abhängen.

AUFGABE 1.3 (4 Punkte) — Welche der folgenden beiden Aussagen sind wahr und welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort!

(i)

$$\forall x \in \mathbb{R} \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall y \in \mathbb{R}: [|x - y| < \delta \implies |x^2 - y^2| < \varepsilon].$$

(ii)

$$\forall x \in \mathbb{R} \forall \varepsilon > 0 \forall y \in \mathbb{R} \exists \delta > 0: [|x - y| < \delta \implies |x^2 - y^2| < \varepsilon].$$

AUFGABE 1.4 (3 Punkte) — Wird hier richtig geschlossen?

Wenn sich die Konsensfähigkeit des Präsidenten der Gemeinde Fantasia nicht ändert, dann schlägt die politische Stimmung nicht um. Wird er aber konsensfähiger, so wird Fantasia der Ennettaler Union beitreten, und es wird einen wirtschaftlichen Aufschwung geben, und in Fantasia werden Milch und Honig fließen. Wenn die politische Stimmung nicht umschlägt, droht Fantasia hingegen eine Rezession.

Also droht der Gemeinde Fantasia eine Rezession, oder es werden Milch und Honig fließen.