Fachbereich Mathematik und Informatik/ Institut für Mathematik Prof. Dr. Volker John, john@wias-berlin.de Balázs Kossovics, b.kossovics@fu-berlin.de

Berlin, 24.06.2024

Numerik I

Übungsserie 10

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden. Bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte!

1. Richtungsfeld. Man skizziere das Richtungsfeld der Differentialgleichung

$$y'(x) = x^2 + y^2(x).$$

2 Punkte

- 2. Integrierbare Klassen von gewöhnlichen Differentialgleichungen 1. Ordnung. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden gewöhnlichen Differentialgleichungen:
 - a)
 - b)
 - $y'(x) + y^{2}(x) = 1,$ $y'(x) + y(x)\cos x = 0,$ $y'(x) = xy^{7}(x),$ $2y(x)y'(x) = x^{2}.$ c)
 - d)

4 Punkte

3. Lösung einer Differentialgleichung mit geeigneter Substitution. Man bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) = (x - y(x))^2 + 1.$$

Hinweis: Geeignete Substitution.

3 Punkte

4. Anfangswertproblem mit mehreren Lösungen. Man zeige, dass das Anfangswertproblem

$$y'(x) = \sqrt{|y(x)|}, \quad y(0) = 0$$

nicht eindeutig lösbar ist.

4 Punkte

Die Übungsaufgaben sollen in Gruppen von zwei Studierenden gelöst werden. Sie sind bis Montag, 01.07.2024, 10:00 abzugeben, entweder in das Fach des Tutors oder elektronisch in whiteboard.