



ÜBUNGSBLATT 6

Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt und versehen Sie diesen mit Ihren Namen, Ihren Matrikelnummer und der Übungsgruppe, in der Sie die Lösungen zurückgegeben haben möchten.

1.

- (a) Es seien X und Y unabhängige Zufallsvariablen. Bestimmen Sie die bedingte Verteilung von X unter $X + Y = l$, wenn X und Y geometrisch zum Parameter p verteilt sind, d.h. $P(X = k) = P(Y = k) = (1 - p)^{k-1}p$, $k \in \mathbb{N}$.
- (b) Ein fairer sechsseitiger Würfel werde zweimal geworfen, X bzw. Y seien die Augenzahlen beim ersten bzw. beim zweiten Wurf. Weiter definieren wir $V := \min\{X, Y\}$ und $W := \max\{X, Y\}$. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktionen $P(V = k)$ und $P(W = k)$, $k \in \mathbb{N}$, sowie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion von V und W tabellarisch dar. Berechnen Sie weiterhin den Erwartungswert von $|W - V|$.

(4 Punkte)

2. Zeigen Sie: Der Quotient zweier unabhängiger standardnormalverteilter Zufallsvariablen ist Standard-Cauchy-verteilt, d.h. zum Parameter $a = 1$. (4 Punkte)
3. Die Professoren Schmidt, Mayer und Schulze teilten sich die Prüfungszeit im Sommer 2014 folgendermaßen auf:

2 Tage Schmidt, 3 Tage Mayer, 4 Tage Schulze.

Die langjährigen Durchfallquoten sind bei

Schmidt $8/9$, Mayer $1/2$, Schulze $1/3$.

Am 31. Juli 2014, bestand einer der drei Kandidaten des Tages seine Prüfung. Welcher der drei Professoren war mit der größten Wahrscheinlichkeit an diesem Tag der Prüfer? (4 Punkte)

4. Gegeben sei eine Folge $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ stochastisch unabhängiger, je-weils $U([0, 1])$ -gleichverteilter Zufallsvariablen. Wir betrachten die Folge $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von Zufallsvariablen mit $Y_n := nX_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} Y_n = 0, \quad P\text{-fast sicher.}$$

(4 Punkte)

Abgabe: 27. Mai in der Vorlesung