FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 08.11.2006

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

Serie 04

abzugeben vor der Vorlesung am 16.11.2006

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Aufgabe :
   Man zeige:
   - Die Dirac–Distribution ist tatsächlich eine Distribution.
   - Die Ableitung einer Distribution ist tatsächlich eine Distribution.
   - Die Ableitung einer Distribution ist stetig bezüglich der Konvergenz: $\partial_k u_j \to \partial_k u$ für Distributionen $u_j \to u$.
2. Aufgabe :
   Man zeige, dass kein $u \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R})$ existiert mit
   $$\varphi(0) = \int_{\mathbb{R}} u(x)\varphi(x)\ dx$$
   für alle $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$. Das heißt, die Dirac–Distribution ist nicht regulär.
   Hinweis: Man kann voraussetzen, dass gilt, dass eine Funktion f über einem Intervall I fast überall Null ist, falls $\int_I f\varphi\ dx = 0$ für alle $\varphi \in \mathcal{D}(I)$.
3. Aufgabe :
   Sei
   $$f = \begin{cases} 1 & x \in [0,1], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$
   Man berechne $f * f$ und $f * f * f$.