



Saarbrücken, 12.11.2008

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Theorie und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

**Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:**

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung  
<http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html>  
abrufbar

### Serie 05

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 26.11.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

### Integrierbare Typen gewöhnlicher Differentialgleichungen

1. Ein Motorboot bewegt sich bei ruhigem Wasser mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit von 20 km/h. Bei dieser Geschwindigkeit wird der Motor abgeschaltet und innerhalb von 30 Sekunden verringert sich die Geschwindigkeit des Bootes auf 7 km/h. Es wird angenommen, daß der Widerstand des Wassers das Boot proportional zu seiner Geschwindigkeit bremst. Man berechne die Geschwindigkeit des Bootes 3 Minuten nach dem Ausschalten des Motors ! Welchen Weg legt das Boot in den ersten beiden Minuten nach dem Ausschalten des Motors zurück ?

**4 Punkte**

2. Man bestimme die allgemeine Lösung von

a)  $xy'(x) + y(x) = y^2(x) \ln x,$

b)  $y^{n-1}(x)(ay'(x) + y(x)) = x,$

c)  $xy'(x) - 4y(x) - x^2\sqrt{y(x)} = 0.$

**4 Punkte**

3. Man löse folgende Anfangswertprobleme:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad y'(x) &= \frac{-x+2}{x(1-x)}y(x) + \frac{1}{x^2(x-1)}y^2(x), \\ y(2) &= a, \quad a \in \mathbb{R}, \quad a > 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad xy(x)' + 6y(x) &= 2x^2y^{1/2}(x), \\ y(1) &= a, \quad a \in \mathbb{R}, \quad a > 0. \end{aligned}$$

**4 Punkte**

4. Man berechne das allgemeine Integral der Gleichung

$$(xy(x) + x^2y^3(x))y'(x) = 1.$$

Hinweis: Man betrachte die Umkehrfunktionen der Lösungen.

**4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**