FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 15.04.2008

Praktische Übungsaufgaben zur Vorlesung Praktische Mathematik

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 16.04.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre_2.html`
  abrufbar

Serie 01

Die Lösungen werden in der praktischen Übung in der Woche vom 05.–09.05.2008 besprochen und abgegeben.

Alle Programme sind mit MATLAB zu erstellen.

1. Das Maschinenepsilon ε_M ist die kleinste positive Computerzahl, für die $1 + \varepsilon_M > 1$. Man schreibe ein Programm zur Approximation von ε_M. Dabei gebe man sich einen Startwert $a > 0$ vor und teste ob $1 + a > 1$. Falls das der Fall ist, verkleinere man a, zum Beispiel durch Halbierung, solange, bis $1 + a = 1$, woraus man dann das Maschinenepsilon approximieren kann. **4 Punkte**

2. Zur Berechnung der Nullstellen des quadratischen Polynoms

$$(x-1)(x-a) = x^2 + px + q$$

mit $a > 0$, stehen die folgenden beiden Wege zur Auswahl:

   1. Berechne zunächst die erste Nullstelle x_1 mit

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

   und dann die zweite Nullstelle mit

$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

2. Berechne zunächst die erste Nullstelle x_1 mit

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

und dann die zweite Nullstelle mit

$$x_2 = q/x_1.$$

Diese Wege sind mathematisch äquivalent. Man programmiere beide Wege und vergleiche die Ergebnisse für den Fall, dass a klein ist ($a = 10^{-i}, i \in \{10, 12, 14, 16, 17\}$). Für beide Verfahren und für alle Werte von a gebe man den relativen Fehler in der kleineren Nulltstelle an: $|x_2 - a|/a$. **4 Punkte**

3. Man schreibe ein Programm, welches eine natürliche Zahl im dekadischen System einliest und diese Zahl im 6–adischen System wieder ausgibt. Zur Kontrolle dieses Programms verwende man das Beispiel aus der Vorlesung. **4 Punkte**

4. Die Padovan–Zahlen sind durch folgende rekursive Vorschrift definiert:

$$x_n = x_{n-2} + x_{n-3}, \quad n = 3, 4, \ldots$$

mit den Anfangswerten $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 1$. Die n–te Padovan–Zahl ist also die Summe ihres Vorvorgängers und dessen Vorgängers.

Man schreibe ein Programm mit einer Zählschleife, welches folgende Aufgaben erfüllt:

- eine positive natürliche Zahl n wird eingelesen,
- es wird die Padovan–Zahl x_n berechnet.

Wie groß ist x_{23}? **4 Punkte**