FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 29.04.2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Numerik Partieller Differentialgleichungen
– eine elementare Einführung

Serie 02

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 06.05.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man berechne die Lösung $u(x)$ der Differentialgleichung

$$-u'' + u' - u \quad = \quad 1,$$

zu den folgenden Intervallen und Randwerten:

$$\begin{array}{rclcrclcrcl} \Omega & = & \left(0, \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & & u(0) & = & 0 & & u\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & = & 0, \\ \Omega & = & \left(0, \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & & u(0) & = & 1 & & u\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right) & = & -2e^{\frac{\pi}{\sqrt{3}}} - 1, \\ \Omega & = & (0,1) & & u(0) & = & 1 & & u(1) & = & 1. \end{array}$$

4 Punkte

2. Man beweise folgende Aussage: Seien $b, c \in C([0,1])$, sei $c(x)$ auf $[0,1]$ nichtnegativ und gelte $u \in C^2(0,1) \cap C([0,1])$. Gilt $(Lu)(x) < 0$ für alle $x \in (0,1)$, mit

$$(Lu)(x) := -u''(x) + b(x)u'(x) + c(x)u(x), \quad x \in (0,1),$$

so kann $u(x)$ kein nichtnegatives Maximum im Innern des Intervalls annehmen.

4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !