FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 05.06.2008

Hausübungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker II

Serie 23

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 18.06.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 16.04.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre_2.html`
  abrufbar

1. Seien die folgenden Vektoren gegeben:

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Man stelle $\mathbf{b} = (1, -2, 5)^T$ als Linearkombination von $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ und $\mathbf{a}_3$ dar.

   (b) Man stelle $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)^T$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)^T$ und $\mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)^T$ als Linearkombination von $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ und $\mathbf{a}_3$ dar und zeige, dass jedes $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ eine Linearkombination von $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ und $\mathbf{a}_3$ ist.

   (c) Man gebe ein $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ an, dass sich nicht als Linearkombination von $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ und $\mathbf{a}_4$ darstellen lässt.

4 Punkte

2. Man beweise die folgende Aussage:
   Je drei der Vektoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ und $\mathbf{a}-\mathbf{b}$ sind von der Art, dass es mit ihnen eine nichttriviale Linearkombination von $\mathbf{0}$ gibt, wobei $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ Elemente eines K–Vektorraumes V sind. **4 Punkte**

3. Man entscheide jeweils, ob die folgenden Systeme von Vektoren denselben Unterraum erzeugen.

   (a)
   $$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
   $$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

   (b)
   $$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$
   $$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !