Lösungen zum 39. Präsenzblatt für MfI 3

1. Aufgabe :
   Normalverteilung:

$$\mu = \frac{d_1 + d_2}{2}$$
$$\sigma = \frac{d_1 - d_2}{2}$$

$$\begin{aligned}
P\,(\text{Kugel ist Ausschuss}) &= 1 - \int_{d_1}^{d_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\,\mathrm{d}x \\
&= 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}(d_2 - d_1)} \int_{d_1}^{d_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\frac{d_1+d_2}{2}}{\frac{d_2-d_1}{2}}\right)^2}\,\mathrm{d}x \\
&= 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{d_2 - d_1} \int_{d_1}^{d_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{2x(d_1+d_2)}{d_2-d_1}\right)^2}\,\mathrm{d}x
\end{aligned}$$

Substitution:

$$\begin{aligned}
t &= \frac{x - \frac{d_1+d_2}{2}}{\frac{d_2-d_1}{2}} \\
&= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^{1} e^{\frac{1}{2}t^2}\,\mathrm{d}t \\
&= 1 + (1 - 0.841345) - 0.841345 \\
&= 0.31731
\end{aligned}$$

2. Aufgabe :
   In

$$\sum_i P(X_1 = i)\,P(X_2 = k - i)$$

sind nur Terme mit $i \geq 0$ von Null verschieden, da X_1 und X_2 nur nichtnegative Werte annehmen. Also ist

$$\begin{aligned}
P(X_1 + X_2 = k) &= \sum_{i=0}^{k} e^{-\lambda_1} \frac{\lambda_1^i}{i!} \cdot e^{-\lambda_2} \frac{\lambda_2^{k-i}}{(k-i)!} \frac{k!}{k!} \\
&= e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)} \cdot \frac{1}{k!} \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} \lambda_1^i \lambda_2^{k-i} \\
&= e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^k}{k!}
\end{aligned}$$