FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 01.05.2007

# Übungsaufgaben zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure IV

## Serie 02

abzugeben vor der Vorlesung am Dienstag, dem 08.05.2007

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Die Rechenwege bei der Integration sind ausführlich anzugeben!

1. *Zur Unabhängigkeit des skalaren Kurvenintegrals vom Durchlaufsinn der Kurve.* Sei $f(x,y) = y$. Man berechne
$$\int_\kappa f(s)\,ds,$$
wobei $\kappa$ der Halbkreis mir Radius $r = 1$ in der Halbebene $y \geq 0$ ist. Als Parametrisierungen der Kurve wähle man
$$\begin{aligned} \kappa_1 &: \quad I = [-1,1], \quad \kappa_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ \sqrt{1-t^2} \end{pmatrix}, \quad t \in I, \\ \kappa_2 &: \quad I = [0,\pi], \quad \kappa_2(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}, \quad t \in I. \end{aligned}$$

2. Man berechne die vektoriellen Integrale entlang der angegebenen Kurven
   (a) $\displaystyle\int_\kappa x\,dy$

   $\kappa$ : Abschnitt der Geraden $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ von der x– zur y–Achse, $a, b > 0$,

   (b) $\displaystyle\int_\kappa \frac{y^2}{x^2+y^2}\,dx - \frac{x^2}{x^2+y^2}\,dy$

   $\kappa$ : Halbkreisbogen von $(a,0)$ nach $(-a,0)$ entlang $(a\cos t, a\sin t)$, $t \in [0,\pi]$, $a > 0$.

3. Man überprüfe, ob die angegebenen Vektorfelder Gradientenfelder sind und man bestimme gegebenenfalls eine Stammfunktion.
   (a) $\mathbf{v}(x,y) = \begin{pmatrix} 12xy+3 \\ 6x^2 \end{pmatrix}$,

   (b) $\mathbf{v}(x,y) = \begin{pmatrix} 3x^2y \\ x^3 \end{pmatrix}$,

   (c) $\mathbf{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \cos(x+y) + 2\sin(2x-3z) \\ \cos(x+y) \\ -3\sin(2x-3z) \end{pmatrix}$.