

Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. V. John
john@wias-berlin.de
Shahrad Jamshidi
shahrad.jamshidi@fu-berlin.de

Berlin, 03.11.2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Serie 04

abzugeben vor der Vorlesung am Dienstag, dem 10.11.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man berechne

$$\int_0^4 x^2 dx$$

mittels des Kriteriums für die Integrierbarkeit aus Satz 3.18. **4 Punkte**

2. Seien $I = [a, b]$, $-\infty < a < b < \infty$ und

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{L-1} < x_L = b.$$

Man zeige mit Hilfe von Satz 3.18, dass die Treppenfunktion

$$f(x) = \begin{cases} a_i & \text{für } x \in (x_i, x_{i+1}), \quad i = 0, \dots, L-1 \\ b_i & \text{für } x = x_i, \quad i = 0, \dots, L \end{cases}$$

für beliebige Werte $a_i, b_i \in \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar ist. Wie lautet der Integralwert? **4 Punkte**

3. Man zeige:

- (a) Die Funktion $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $x \mapsto x^2$ ist gleichmäßig stetig. Zum Beweis gebe man zu gegebenem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ an, so dass die Definition erfüllt ist.
- (b) Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $x \mapsto x^2$ ist nicht gleichmäßig stetig.

4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !