Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 28.11.2002

Leistungskontrolle Nr. 2, Gruppe C
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Computermathematik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Seien $z = a + ib$ und $w = c + id$ komplexe Zahlen. Man zeige
$$\overline{wz} = \overline{w}\,\overline{z}.$$
1 Punkt

2. Man berechne
$$\left|(1+2i)^2\right| \cdot \arg(-\pi i) + \mathrm{Re}(\pi - 3 + i) \cdot \mathrm{Im}\left(\sqrt{8}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)\right).$$
Beim Argument nehme man den Hauptwert. **2 Punkte**

3. Man berechne $z = (1+i)^{10}$. **3 Punkte**

4. Man vereinfache
$$a_1 b_1 - \sum_{k=2}^{n}(a_k + a_{k+1})b_k + \sum_{k=1}^{n}(a_{k+1} + a_{k+2})b_{k+1} - a_{n+2}b_{n+1}.$$
3 Punkte

5. Man beweise, daß für beliebige reelle Zahlen a, b und c, $c \neq 0$,
$$\left(ca + \frac{b}{c}\right)^2 \leq (c^2+1)a^2 + \left(1 + \frac{1}{c^2}\right)b^2$$
gilt. **2 Punkte**

6. Man untersuche, ob $(\mathbb{R}^2, d)$ mit
$$d(x,y) = |x_1 + y_1| + |x_2 + y_2|, \quad x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$$
ein metrischer Raum ist. **2 Punkte**

7. Man zeige, daß $(\mathbb{N}, d)$ mit
$$d(m,n) = \left|\frac{2}{m} - \frac{2}{n}\right|$$
ein metrischer Raum ist. **4 Punkte**