Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 26.01.2001

Leistungskontrolle Nr. 4, Gruppe B
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte, die nicht ausdrücklich bewiesen werden sollen, können vorausgesetzt werden.

1. Man untersuche die Stetigkeit der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y^3}{x^6 + y^6} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
im Punkt $(0,0)$. **2 Punkte**

2. Man untersuche, ob die Funktion
$$f(x) = 10 \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right) + 7\cos(\pi x) - 11x + 2e^{-x}$$
im Intervall $[-1,0]$ eine Nullstelle besitzt. **2 Punkte**

3. Sei $\sum_{n=1}^\infty a_n, a_n > 0$ gegeben. Wie lautet das Quotientenkriterium ? Für den Fall, daß das Quotientenkriterium eine Konvergenzaussage gibt, stelle man den Zusammenhang mit dem Majorantenkriterium dar. **3 Punkte**

4. Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz
$$\sum_{n=1}^\infty \frac{n^2}{n!}, \quad \sum_{n=1}^\infty \left(\frac{1}{\ln(n+1)}\right)^n, \quad \sum_{n=1}^\infty \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{3^n\, n!}, \quad \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}.$$
4 Punkte

5. Man untersuche folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz
$$\sum_{n=1}^\infty (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$
3 Punkte

6. Man untersuche folgende Reihe für $t \in \mathbb{R}$ auf Konvergenz
$$\sum_{n=1}^\infty \frac{t^n}{n 2^n}.$$
3 Punkte