Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 03.11.2000

Leistungskontrolle Nr. 1, Gruppe B
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man forme
$$\sin(\alpha - \beta + \gamma)$$
so um, daß man einen Ausdruck enthält, in dem nur Funktionen der Form $\sin x$ and $\cos x$ mit $x \in \{\alpha, \beta, \gamma\}$ auftreten. **2 Punkte**

2. Man vereinfache
$$\log_{\sqrt[4]{x}} x^5 \quad \text{und} \quad \log_y x^2 + \log_{y^2} x.$$
2 Punkte

3. Man beweise mit vollständiger Induktion
$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(2i-1)(2i+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$
5 Punkte

4. Man zeige, daß für beliebige Mengen A, B, C, D gilt
$$(A \setminus (B \cup C)) \times D = ((A \setminus B) \times D) \cap ((A \setminus C) \times D)\,.$$
4 Punkte

5. Man untersuche, ob folgende Teilmengen $F \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Abbildungen von $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ sind :
   i) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y^4 = \sin^4 x\}$,
   ii) $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y = \tan x\}$.

   2 Punkte

6. Man untersuche folgende Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität :
   i) $F \ : \ \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ mit $F(x) = \exp(x^3)$,
   ii) $F \ : \ [\pi, 2\pi] \to [-1, 1]$ mit $F(x) = \sin x$.

   2 Punkte