

**Leistungskontrolle Nr. 1, Gruppe A**  
**Grundkurs Analysis**  
Studiengänge Mathematik, Technomathematik  
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

**Achtung:** Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man forme

$$\cos(\alpha + \beta - \gamma)$$

so um, daß man einen Ausdruck erhält, in dem nur Funktionen der Form  $\sin x$  and  $\cos x$  mit  $x \in \{\alpha, \beta, \gamma\}$  auftreten. **2 Punkte**

2. Man vereinfache

$$\log_{\sqrt[3]{x}} x^7, \quad \log_y x + \log_{y^2} x.$$

**2 Punkte**

3. Man beweise mit vollständiger Induktion

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

**5 Punkte**

4. Man zeige, daß für beliebige Mengen  $U, V, W, X$  gilt

$$(U \setminus (V \cap W)) \times X = (U \setminus V) \times X \cup (U \setminus W) \times X.$$

**4 Punkte**

5. Man untersuche, ob folgende Teilmengen  $F \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  Abbildungen von  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$  sind :

i)  $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : e^y = x^2 - 4x + 4\}$ ,

ii)  $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = x^2\}$ .

**2 Punkte**

6. Man untersuche folgende Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität :

i)  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  mit  $F(x) = \exp(x^2)$ ,

ii)  $F : [0, \pi^2] \rightarrow [-1, 1]$  mit  $F(x) = \cos \sqrt{x}$ .

**2 Punkte**